1/

پاسخ تمرین های تکلیف شماره ۶

درس فیلتر و سنتز مدار — محمدعلی شفیعیان

$$Y(s) = \frac{(s+2)(s+6)}{(s+1)(s+5)} \qquad -1$$

از آنجایی که اولین فرکانس بحرانی تابع امپدانس یک صفر است و آخرین فرکانس بحرانی آن یک قطب است پس تابع بیان شده امپدانس یک مدار RL است.

تحقیق به روش مستقیم I $\rightarrow$ $Z_{RL} = \frac{(s+1)(s+5)}{(s+2)(s+6)} \rightarrow \frac{Z_{RL}}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+6}$

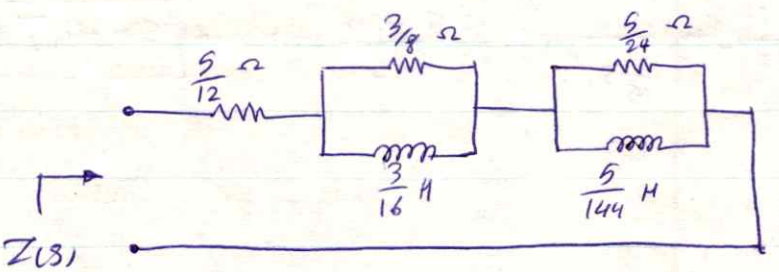
$$A = s\,\frac{Z_{RL}}{s}\Big|_{s=0} = \frac{5}{12}$$

$$B = (s+2)\,\frac{Z_{RL}}{s}\Big|_{s=-2} = \frac{(s+1)(s+5)}{s(s+6)}\Big|_{s=-2} = \frac{3}{8}$$

$$C = (s+6)\,\frac{Z_{RL}}{s}\Big|_{s=-6} = \frac{(s+1)(s+5)}{s(s+2)}\Big|_{s=-6} = \frac{5}{24}$$

$$\rightarrow Z_{RL}(s) = \frac{5}{12} + \frac{3/8}{s+2} + \frac{5/24}{s+6}$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{1}{\frac{8}{3} + \frac{16}{35}} + \frac{1}{\frac{24}{5} + \frac{144}{55}}$$



2.

$$Z_{RL}(s) = \frac{s^2+4s+a}{s^2+3s+2} = \frac{s^2+4s+a}{(s+1)(s+2)}$$

$$\frac{Z_{RL}}{s} = \frac{s^2+4s+a}{s(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+2}$$

$$= \frac{a/2}{s} + \frac{-(1-4+a)}{s+1} + \frac{\frac{4-8+a}{2}}{(s+2)}$$

$$\rightarrow Z_{RL}(s) = \frac{a}{2} + \frac{(3-a)s}{s+1} + \frac{(\frac{-4+a}{2})s}{s+2}$$

$3-a>0 \rightarrow a<3$

$\frac{-4+a}{2} > 0 \rightarrow -4+a>0 \rightarrow a>4$

3.

شاخه‌های سری

$$Z_1 = \frac{15}{8}s = \infty \rightarrow \boxed{s=\infty}$$

$$Z_2 = \frac{1}{\frac{8}{3}s} = \infty \rightarrow \boxed{s=0}$$

شاخه‌های موازی

$$Z_3 = \frac{1}{\frac{8}{5}s} = 0 \rightarrow s=\infty$$

$$Z_4 = \frac{21}{8}s + \frac{1}{\frac{8}{21}s} = \frac{21s^2+21}{8s} = 0 \rightarrow \boxed{s=\pm j}$$

$$Z_5 = \frac{15}{32}s + \frac{1}{\frac{16}{15}s} = \frac{15s^2+30}{32s} = 0 \rightarrow \boxed{s=\pm j\sqrt{2}}$$

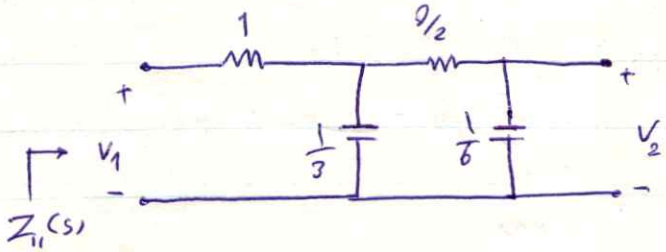
پاسخ تمرین های تکلیف شماره ۶ (ادامه)

۴-

$$H(s) = \frac{k}{(s+1)(s+4)}$$

تمام صفرهای انتقال این تابع تبدیل در ∞ قرار دارند، پس از روش تخلیه جریان I برای پیاده سازی مدار نظیر $Z_{11}(s)$ می توان استفاده کرد.

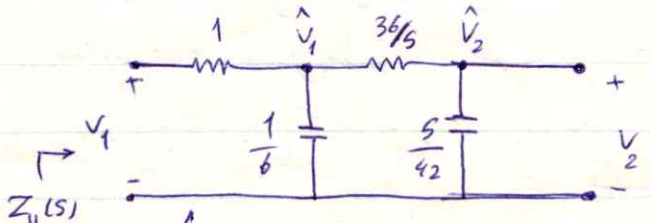
$$Z_{11}(s) = \frac{(s+1)(s+4)}{s(s+2)} = \frac{s^2+5s+4}{s^2+2s} = 1 + \cfrac{1}{\frac{1}{3}s + \cfrac{1}{\frac{9}{2} + \cfrac{1}{\frac{1}{6}s}}}$$



۵-

$$H(s) = \frac{3.5}{s^2+8s+7}$$

$$Z_{11}(s) = \frac{(s+1)(s+7)}{s(s+2)} = 1 + \cfrac{1}{\frac{1}{6}s + \cfrac{1}{\frac{36}{5} + \cfrac{1}{\frac{5}{42}s}}}$$



حال با انجام تحلیل گره بدون مدار ساخته شده، دستی عملیات را بررسی می کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1+\frac{1}{6}s+\frac{s}{36} & -\frac{s}{36} \\ -\frac{s}{36} & \frac{5}{42}s+\frac{s}{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

توجه: I_1 منبع جریان معادل نورتن سمت راست V_1 در درگاه ورودی است، بنابراین $I_1 = \frac{V_1}{1\Omega}$ یا $I_1 = V_1$ پس:

از طرف تحقق تابع تبدیل $H(s)$ به شرط اتصال باز بودن درگاه دوم صورت گرفته است، پس $I_2 = 0$

در ضمن دانسته است که $V_2 = \hat{V}_2$.

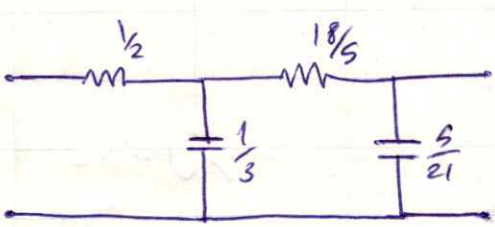
$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{41}{36} + \frac{5}{6} & V_1 \\ \frac{-5}{36} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{41}{36} + \frac{5}{6} & \frac{-5}{36} \\ \frac{-5}{36} & \frac{5}{36} + \frac{55}{42} \end{vmatrix}} = \frac{\frac{5}{36} V_1}{D} \quad ; D = \left(\frac{41}{36} + \frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{36} + \frac{45}{42}\right) - \frac{25}{(36)^2}$$

پس از انجام محاسبات مشخص می‌شود که:

$$D = \frac{30}{36\times42} s^2 + \frac{240}{36\times42} s + \frac{210}{36\times42}$$

$$\rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{7}{s^2 + 8s + 7}$$

نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ یا $H(s)$ مطلوب دارای قطب‌های متمایز است و رفتار صفرهای انتقال این دو کسر مشابه است. فقط ضریب‌های دامنه با هم اختلاف دارند. به خاطر این که دقیقاً مداری را ساخته باشیم که صرف تابع تبدیل مطلوب باشد به مقیاس‌بندی امپدانس با ضریب $A = \frac{1}{2}$ می‌پردازیم. به این ترتیب مقادیر عناصر درون مدار به صورت زیر اصلاح می‌شود:



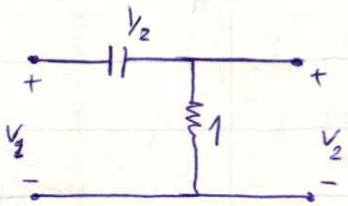
3

-4

الف) $H(s) = \frac{ks^2}{s^2+2}$

تمام صفرهای انتقال تابع تبدیل در $s=0$ قرار دارند. پس از روش کاور I برای تحقق مدار استفاده می‌کنم.

$$Z_{11}(s) = \frac{s^2+2}{s} = \frac{2}{s} + \frac{1}{\frac{1}{s}}$$



ب) $H(s) = \frac{ks^2}{(s^2+1)(s^2+4)}$

با توجه به وضعیت تابع تبدیل که صفرهای انتقال آن در $s=0$ و $s\to\infty$ قرار گرفته شده‌اند، باید برای تحقق مدار از ترکیب روش‌های کاور I و کاور II بهره جست (دو عنصر به روش کاور I و دو عنصر به روش کاور II ساخته شوند)

$$Z_{11}(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+4)}{s(s^2+2)} = \frac{s^4+5s^2+4}{s^3+2s}$$

در شروع از روش کاور I بهره می‌بریم:

$$\begin{array}{r|l} s^4+5s^2+4 & s^3+2s \\ \hline s^4+2s^2 & s \\ \hline 3s^2+4 & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r|l} s^3+2s & 3s^2+4 \\ \hline s^3+\frac{4}{3}s & \frac{1}{3}s \\ \hline \frac{2}{3}s & \end{array}$$

$$\rightarrow Z_{11}(s) = s + \cfrac{1}{\frac{1}{3}s + \cfrac{1}{\frac{3s^2+4}{\frac{2}{3}s}}}$$

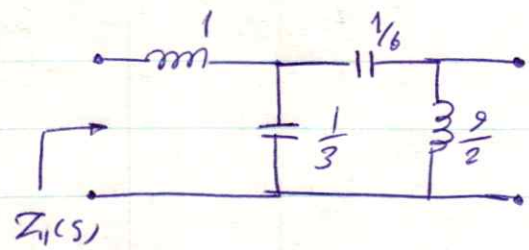
←

در ادامه، عملیات را با روش گام II پی می‌گیریم:

$$4+3s^2 \;\Big|\; \frac{2}{3}s \qquad \frac{4}{3s^2} \qquad \frac{6}{5}$$

$$\frac{2}{3}s \;\Big|\; 3s^2 \qquad \frac{2}{9s} \qquad \frac{2}{3}s \qquad 0$$

$$\rightarrow Z_{11}(s) = s + \cfrac{1}{\frac{1}{3}s + \cfrac{1}{\frac{6}{5} + \cfrac{1}{\frac{2}{9s}}}}$$



توجه: در تحقق مدار، این امکان وجود داشت که عملیات را با روش گام II شروع کرده، سپس با روش گام I، جهت استخراج دو عنصر باقی‌مانده به انتها برسانیم.

-7

$$H(s) = \frac{-s^3+2s^2-2s+1}{s^3+2s^2+2s+1}$$

گام اول مشخص است که $H(s)$ دیگر یک تابع تبدیل تمام گذر را داراست و آن را به دو صورت می‌توان مدنظر کرد:

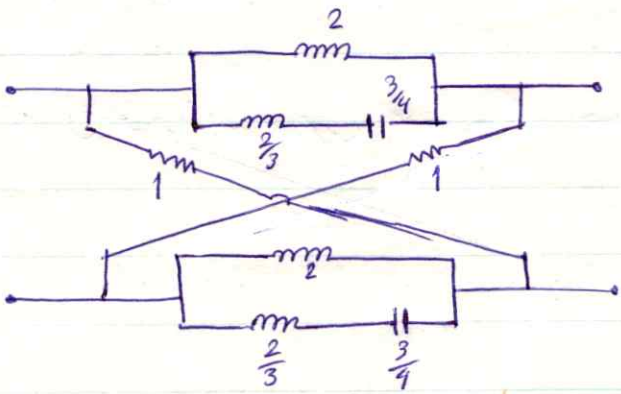
$$H(s) = \begin{cases} \dfrac{1-\frac{s^3+2s}{2s^2+1}}{1+\frac{s^3+2s}{2s^2+1}} \rightarrow Z_b=1,\ Z_a=\dfrac{s^3+2s}{2s^2+1} & (I) \\ \dfrac{\frac{2s^2+1}{s^3+2s}-1}{\frac{2s^2+1}{s^3+2s}+1} \rightarrow Z_b=\dfrac{2s^2+1}{s^3+2s},\ Z_a=1 & (II) \end{cases}$$

پاسخ تمرین های تالیف شماره ۶ (راه ۱)

در وضعیت (I) برای تحقق Z_a خواهیم داشت که روش فوستر II بکار برد:

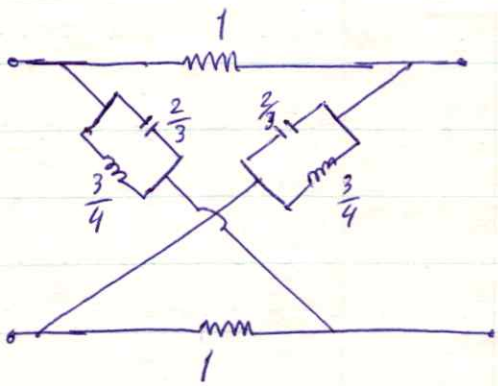
$$\frac{Y_a}{s} = \frac{2s^2+1}{s^2(s^2+2)} \equiv \frac{2p+1}{p(p+2)} = \frac{1/2}{p} + \frac{3/2}{p+2}$$

$$\rightarrow Y_a = \frac{1}{2s} + \frac{\frac{3}{2}s}{s^2+2} = \frac{1}{2s} + \frac{1}{\frac{2}{3}s + \frac{4}{3s}}$$



در وضعیت (II)، Z_b به روش فوستر I به صورت زیر قابل بیان است:

$$Z_b = \frac{1}{2s} + \frac{1}{\frac{2}{3}s + \frac{4}{3s}}$$



در مدار مورد نظر، سه نقطه وجود دارد که امپدانس های آنها وابسته به فرکانس است و تولید صفر انتقال میکنند، به این صورت که:

$$S_{Z1}: \frac{1}{S_{Z_1}C_1 + \frac{1}{S_{Z_1}L_1}} \to \infty \to S_{Z_1}^2 C_1 L_1 + 1 = 0 \to S_{Z_1} = \pm j\sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}}$$

$$S_{Z_2}: \frac{1}{S_{Z_2}C_2} = 0 \to S_{Z_2} \to \infty \quad \text{(امپدانس خازنی در شاخه سوم)}$$

$$S_{Z_3}: S_{Z_3}L_2 \to \infty \to S_{Z_3} \to \infty \quad \text{(امپدانس سلفی در شاخه سری)}$$