1

خلاصه‌ای پیرامون روش‌های سنتز مدار

درس فیلتر و سنتز مدار — محمدعلی شفیعیان

* تحقق (سنتز) مدارهای LC

1) روش فوستر I : در این روش، تابع امپدانس (Z_{LC}) را با بیرون کشیدن قطب‌های آن به صورت کسرهای جزئی بسط می‌دهیم:

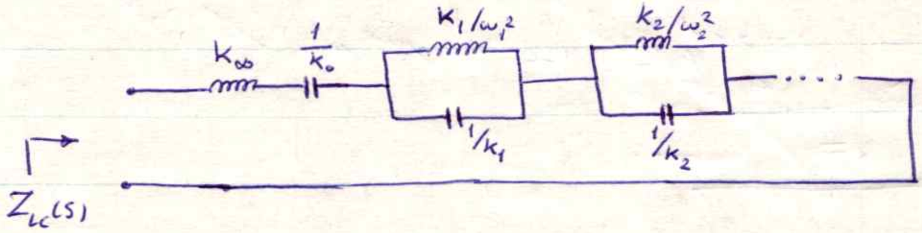
$$Z_{LC}(s) = K_\infty s + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i s}{s^2+\omega_i^2} = K_\infty s + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{1}{\frac{s}{k_i} + \frac{\omega_i^2}{k_i s}}$$

که در آن:

قطب در بینهایت ← $K_\infty = \lim_{s \to \infty} \frac{Z_{LC}(s)}{s}$

قطب در مبدأ ← $k_0 = \lim_{s \to 0} s Z_{LC}(s)$

$$k_i = \lim_{s^2 \to -\omega_i^2} \frac{s^2+\omega_i^2}{s} Z_{LC}(s)$$



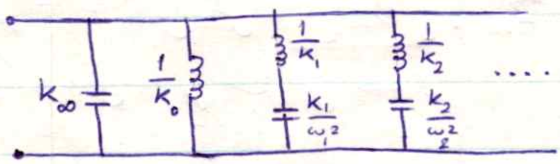
2) روش فوستر II : در این روش با بیرون کشیدن قطب‌های تابع ادمیتانس (Y_{LC}) آن را به فرم کسرهای جزئی بسط می‌دهیم:

$$Y_{LC}(s) = K_\infty s + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i s}{s^2+\omega_i^2} = K_\infty s + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{1}{\frac{1}{k_i}s + \frac{\omega_i^2}{k_i s}}$$

که در آن :

$$K_\infty = \lim_{s\to\infty} \frac{Y_{LC}(s)}{s} \quad ; \quad K_0 = \lim_{s\to 0} s\,Y_{LC}(s)$$

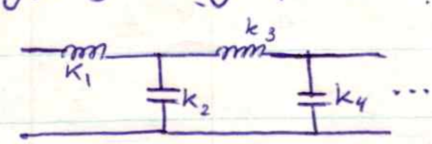
$$K_i = \lim_{s^2\to -\omega_i^2} \frac{s^2+\omega_i^2}{s}\,Y_{LC}(s)$$



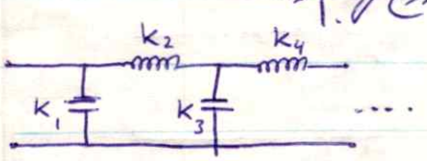
3) روش کائر I : در این روش به طور متوالی قطب در ∞ را از تابع بیرون می‌کشیم.

Z_{LC} در ∞

قطب دارد: با Z_{LC} شروع کرده و قطب در ∞ آن را به شکل یک سلف سری بیرون می‌کشیم. حال تابع باقیمانده قطعاً در ∞ قطب ندارد و لذا صفر دارد. پس آن را عکس کرده و از ادمیتانس حاصل قطب در ∞ را به شکل یک خازن موازی بیرون می‌کشیم و ....



صفر دارد: از ابتدا سنتز را با Y_{LC} شروع می‌کنیم و ....



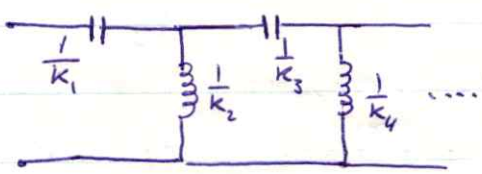
$$Z_{LC}(s) \text{ یا } Y_{LC}(s) = k_1 s + \cfrac{1}{k_2 s + \cfrac{1}{k_3 s + \cdots + \cfrac{1}{k_n s}}}$$

4) روش کائر II : در این روش با انجام عملیات تقسیمات متوالی قطب در صفر را از تابع بیرون می‌کشیم

Z_{LC} در $s=0$:

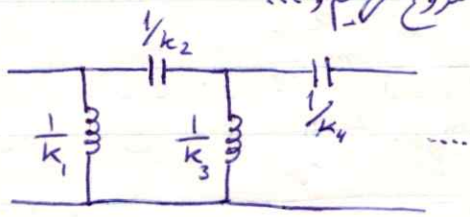
قطب دارد

در این حالت با Z_{LC} شروع کرده و قطب در صفر آن را به شکل یک خازن سری بیرون می‌کشیم. حال چون تابع باقیمانده در صفر قطبی ندارد آن را عکس کرده و از ادمیتانس حاصل قطب در صفر را به شکل سلف موازی بیرون می‌کشیم و...



صفر دارد

از ابتدا سنتز را با Y_{LC} شروع می‌کنیم و...



$$Z_{LC} \text{ یا } Y_{LC} = \frac{k_1}{s} + \cfrac{1}{\cfrac{k_2}{s} + \cfrac{1}{\ddots + \cfrac{k_n}{s}}}$$

- ویژگی‌های تابع امپدانس یا ادمیتانس LC :

1) امپدانس یا ادمیتانس LC حتماً به صورت یک تابع زوج به فرد یا فرد به زوج است (پس به طور بدیهی بن...

2) کلیه صفرها و قطب‌ها (فرکانس‌های بحرانی) به طور ساده یک در میان روی محور موهومی قرار دارند.

3) در مبدأ مختصات حتماً یا یک صفر یا یک قطب رخ می‌دهد.

4) در بینهایت حتماً یا یک صفر یا یک قطب رخ می‌دهد.

5) مانده تابع نظیر کلیه قطب‌هایش حقیقی و مثبت است.

* تذکر: شروط 3، 4 و 5 نتایج مستقیمی از شروط 1 و 2 هستند ولذا برای بررسی LC بودن یک تابع، تنها بررسی شروط 1 و 2 کافی است.

محمدعلی شفیعیان

* روش‌های سنتز مدارهای RC :

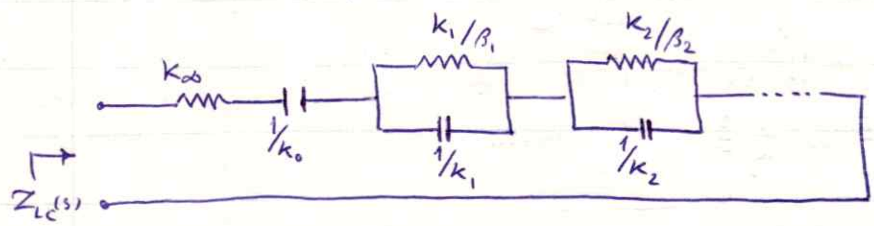
1) روش فوستر I : در این روش Z_{RC} را به صورت کسرهای جزئی بسط می‌دهیم:

$$Z_{RC}(s) = k_\infty + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i}{s+\beta_i} = k_\infty + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{1}{\frac{s}{k_i} + \frac{\beta_i}{k_i}}$$

که در آن:

$$k_\infty = \lim_{s\to\infty} Z_{RC}(s) \qquad ; \qquad k_0 = \lim_{s\to 0} s\, Z_{RC}(s)$$

$$k_i = \lim_{s\to -\beta_i} (s+\beta_i)\, Z_{RC}(s)$$



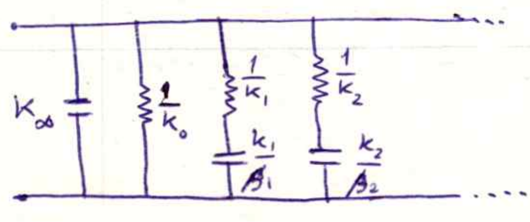
2) روش فوستر II : در این روش ابتدا $\frac{Y_{RC}}{s}$ را به صورت کسرهای جزئی بسط می‌دهیم سپس با ضرب طرفین در s خود Y_{RC} را یافته و سنتز می‌کنیم:

$$\frac{Y_{RC}}{s} = k_\infty + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i}{s+\beta_i}$$

$$\to Y_{RC}(s) = k_\infty s + k_0 + \sum_i \frac{k_i s}{s+\beta_i} = k_\infty s + k_0 + \sum_i \frac{1}{\frac{1}{k_i} + \frac{\beta_i}{k_i s}}$$

که در آن:

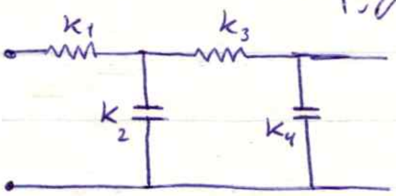
$$k_\infty = \lim_{s\to\infty} \frac{Y_{RC}(s)}{s} \quad ; k_0 = \lim_{s\to 0} Y_{RC}(s) \quad ; \quad k_i = \lim_{s\to -\beta_i} \frac{s+\beta_i}{s} Y_{RC}(s)$$



3) روش کائر I : در این روش با انجام عملیات تقسیمات متوالی قطب یا مقدار ثابت را از تابع بیرون می‌کشیم و

Z_{RC} در ∞ مقدار ثابت دارد:

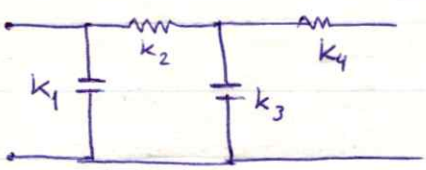
در این حالت مقدار ثابت در ∞ را از Z_{RC} به شکل یک مقاومت سری بیرون می‌کشیم سپس تابع باقیمانده را عکس کرده و از ادمیتانس حاصل قطب در ∞ را به شکل یک خازن موازی بیرون می‌کشیم و ...



$$\cdots \rightarrow Z_{RC}(s) = k_1 + \cfrac{1}{k_2 s + \cfrac{1}{k_3 + \cfrac{1}{k_4 s + \cdots}}}$$

Z_{RC} در ∞ صفر دارد:

در این حالت از ابتدا سنتز را با Y_{RC} شروع می‌کنیم و ...

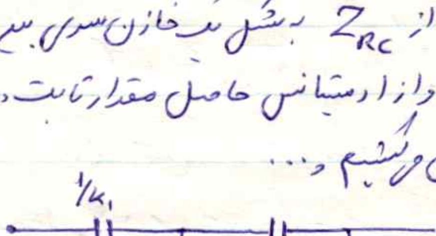


$$\cdots \rightarrow Y_{RC}(s) = k_1 s + \cfrac{1}{k_2 + \cfrac{1}{k_3 s + \cfrac{1}{k_4 + \cdots}}}$$

4) روش کائر II : در این روش با انجام عملیات تقسیمات متوالی قطب یا مقدار ثابت در صفر را از تابع بیرون می‌کشیم؛

Z_{RC} در $s=0$ قطب دارد:

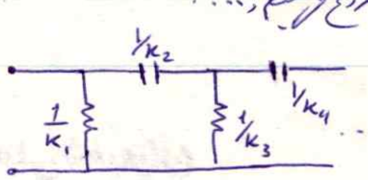
در این حالت قطب در صفر را از Z_{RC} به شکل یک خازن سری بیرون می‌کشیم سپس تابع باقیمانده را عکس کرده و از ادمیتانس حاصل مقدار ثابت در $s=0$ را به شکل مقاومت موازی بیرون می‌کشیم و ...



$$\cdots \rightarrow Z_{RC}(s) = \frac{k_1}{s} + \cfrac{1}{k_2 + \cfrac{1}{\cfrac{k_3}{s} + \cfrac{1}{k_4 + \cdots}}}$$

Z_{RC} در $s=0$ مقدار ثابت دارد:

در این حالت از ابتدا سنتز را با Y_{RC} شروع می‌کنیم و ...



$$\cdots \rightarrow Y_{RC}(s) = k_1 + \cfrac{1}{\cfrac{k_2}{s} + \cfrac{1}{k_3 + \cdots}}$$

* روش های سنتز مدارهای RL :

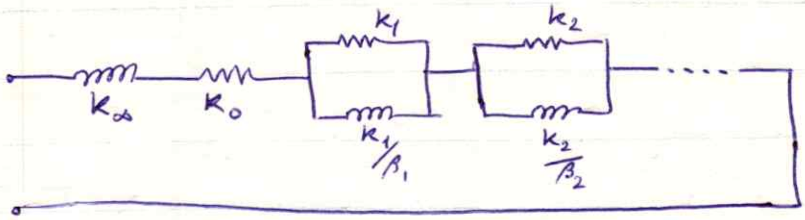
1) روش فوستر I : در این روش $\frac{Z_{RL}}{s}$ را به صورت کسرهای جزئی بسط می دهیم و سپس با ضرب طرفین در s خود Z_{RL} را یافته و سنتز می کنیم:

$$\frac{Z_{RL}}{s} = K_\infty + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i}{s+\beta_i}$$

$$\rightarrow Z_{RL}(s) = K_\infty s + k_0 + \sum_i \frac{k_i s}{s+\beta_i} = K_\infty s + k_0 + \sum_i \frac{1}{\frac{1}{k_i} + \frac{\beta_i}{k_i s}}$$

که در آن:

$$K_\infty = \lim_{s\to\infty} \frac{Z_{RL}(s)}{s} \quad ; \quad k_0 = \lim_{s\to 0} Z_{RL}(s) \quad ; \quad k_i = \lim_{s\to -\beta_i} \frac{s+\beta_i}{s} Z_{RL}(s)$$

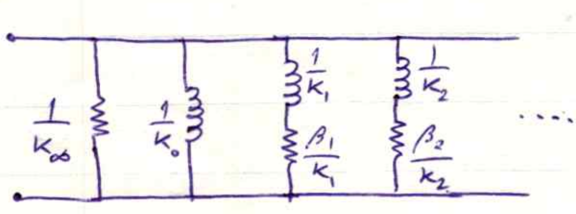


2) روش فوستر II : در این روش Y_{RL} را به صورت کسرهای جزئی بسط می دهیم:

$$Y_{RL}(s) = K_\infty + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i}{s+\beta_i} = K_\infty + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{1}{\frac{s}{k_i} + \frac{\beta_i}{k_i}}$$

که در آن:

$$K_\infty = \lim_{s\to\infty} Y_{RL}(s) \quad ; \quad k_0 = \lim_{s\to 0} s\,Y_{RL}(s) \quad ; \quad k_i = \lim_{s\to -\beta_i} (s+\beta_i)\,Y_{RL}(s)$$

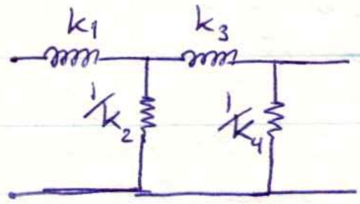


محمدعلی شفیعیان

3) روش کائر I : در این روش با انجام تقسیمات متوالی قطب یا مقدار ثابت در ∞ را از تابع بیرون می‌کشیم.

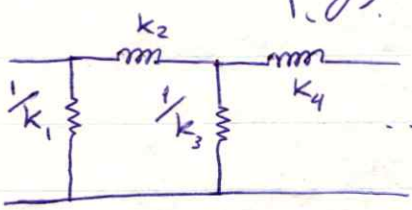
Z_{RL} در ∞ :

قطب دارد: تقسیمات متوالی را برای Z_{RL} اجرا می‌کنیم...



$$\cdots \rightarrow Z_{RL}(s)=k_1 s+\cfrac{1}{k_2+\cfrac{1}{k_3 s+\cfrac{1}{k_4+\cdots}}}$$

مقدار ثابت دارد: در این حالت تقسیمات متوالی را برای Y_{RL} اجرا می‌کنیم

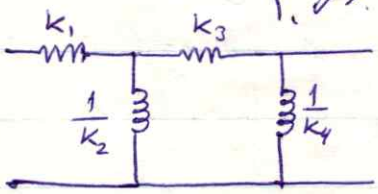


$$\cdots \rightarrow Y_{RL}(s)=k_1+\cfrac{1}{k_2 s+\cfrac{1}{k_3+\cfrac{1}{k_4 s+\cdots}}}$$

4) روش کائر II : در این روش با تقسیمات متوالی قطب یا مقدار ثابت در صفر را از تابع بیرون می‌کشیم

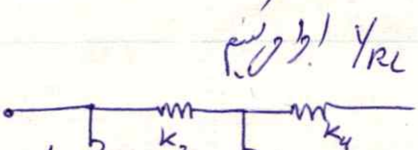
Z_{RL} در $s=0$:

مقدار ثابت دارد: در این حالت تقسیمات متوالی را از Z_{RL} اجرا می‌کنیم



$$\cdots \rightarrow Z_{RL}(s)=k_1+\cfrac{1}{\frac{k_2}{s}+\cfrac{1}{k_3+\cfrac{1}{\frac{k_4}{s}+\cdots}}}$$

صفر دارد: در این حالت تقسیمات متوالی را از Y_{RL} اجرا می‌کنیم



$$\cdots \rightarrow Y_{RL}(s)=\frac{k_1}{s}+\cfrac{1}{k_2+\cfrac{1}{\frac{k_3}{s}+\cfrac{1}{k_4+\cdots}}}$$

* ویژگی های تابع امپدانس RC :

1) کلیه صفرها و قطب های Z_{RC} (فرکانس های بحرانی) روی محور حقیقی بطور ساده و یک در میان واقع هستند

2) اولین فرکانس بحرانی یک قطب است که ممکن است در مبدأ مختصات باشد (چنانچه در مبدأ نباشد مقدار Z_{RC} در مبدأ عددی ثابت است)

3) آخرین فرکانس بحرانی یک صفر است که ممکن است در ∞ باشد (چنانچه در ∞ نباشد مقدار Z_{RC} در ∞ عددی ثابت است)

4) مانده نظیر تمام قطب های Z_{RC} حقیقی و مثبت است

فرم کلی امپدانس RC : $Z_{RC}(s)=k\frac{(s+\alpha_1)(s+\alpha_2)\cdots}{(s+\beta_1)(s+\beta_2)\cdots}$ $\quad 0\le\beta_1<\alpha_1<\beta_2<\alpha_2<\cdots$

* ویژگی های تابع امپدانس RL :

1) کلیه صفرها و قطب های Z_{RL} روی محور حقیقی بطور ساده و یک در میان واقع هستند (همان شرط اول Z_{RC})

2) اولین فرکانس بحرانی Z_{RL} یک صفر است که ممکن است در مبدأ رخ دهد (چنانچه در مبدأ رخ ندهد، مقدار Z_{RL} در مبدأ ثابت است)

3) آخرین فرکانس بحرانی Z_{RL} یک قطب است که ممکن است در بینهایت رخ دهد (چنانچه در ∞ رخ ندهد، مقدار Z_{RL} در ∞ ثابت است)

4) مانده نظیر تمام قطب های Z_{RL} حقیقی و مثبت است (همان شرط 4 برای Z_{RC})

* توجه: Z_{RL} مشابه Y_{RC} یا Y_{RL} مشابه Z_{RC} است.

محمدعلی شفیعیان