نمونه سوال از بخش مدولاسیون دامنه

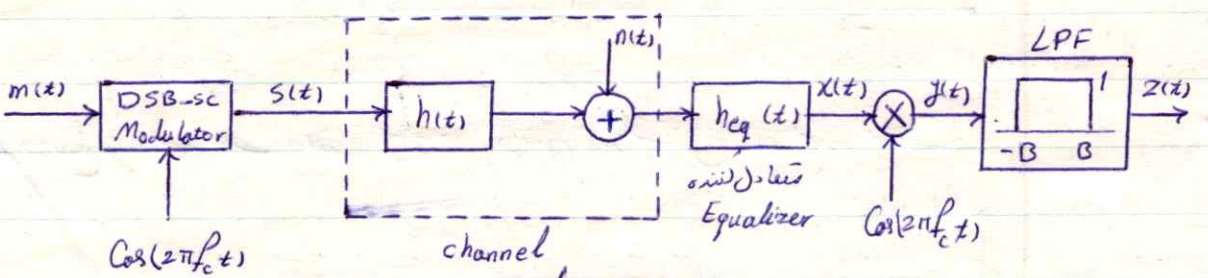
درس مخابرات ۱ — محمدعلی شفیعیان

۱- دیاگرام بلوکی زیر، مدولاتور کانال انتقال و demodulator یک سیستم DSB-SC را نشان می‌دهد. مطابق شکل $S(t)=m(t)\cos(2\pi f_c t)$ می‌باشد. همچنین فرض کنید سیگنال نویز $n(t)$ سفید با چگالی طیف توان (PSD) $S_n(f)=\frac{N_0}{2}=0.1\ mW/Hz$ می‌باشد. چگالی طیف توان سیگنال پیام $m(t)$ برابر است با:

$$S_m(f)=\begin{cases}10\ mW/Hz & |f|<0.5B\\ 5\ mW/Hz & 0.5B<|f|<B\\ 0 & |f|>B\end{cases}$$

و پاسخ فرکانسی کانال از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$H(f)=\begin{cases}0.1 & f_c-0.5B\le|f|<f_c+0.5B\\ 1 & else\end{cases}$$



الف- توان سیگنال پیام $m(t)$ را محاسبه کنید

ب- چگالی طیف توان سیگنال خروجی $S_Z(f)$ را بدون در نظر گرفتن سیگنال نویز ($n(t)=0$) و فرض $H_{eq}(f)=1\ \forall f$ به دست آورید

ج- با فرض اینکه $n(t)=0$ و $Z(t)=m(t)$، آنگاه $H_{eq}(f)$ را به دست آورید

د- اگر ورودی $m(t)$ را صفر فرض کنیم و با فرض وجود داشتن سیگنال نویز $n(t)$ و فیلتر جبرانساز $H_{eq}(f)$ طراحی شده در قسمت قبل، چگالی طیف توان سیگنال نویز خروجی را به دست آورید.

2- یک سیگنال با مدولاسیون دامنه به صورت DSB-SC توسط سیگنال پیام

$$m(t) = 2\cos 2000\pi t + \cos 6000\pi t$$

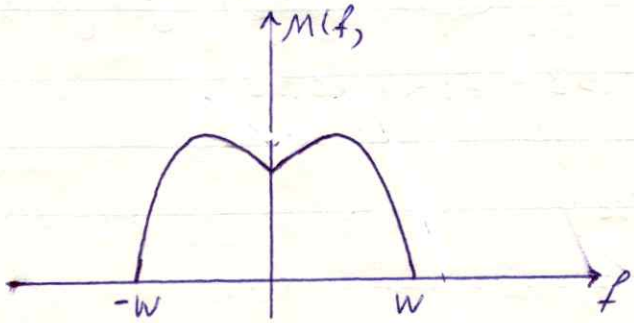
مدوله شده است. سیگنال مدوله شده حاصل به صورت زیر است که در آن $f_c = 1MHz$ است.

$$u(t) = 100\, m(t)\cos 2\pi f_c t$$

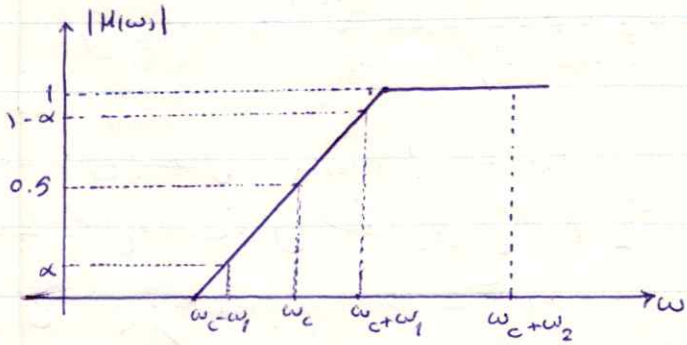
الف - طیف توان سیگنال AM را تعیین و آن را رسم کنید

ب - توان متوسط در هریک از مولفه‌های فرکانسی را به دست آورید.

3- فرض کنید سیگنال $x(t) = m(t) + \cos 2\pi f_c t$ به سیستمی غیرخطی با خروجی $y(t) = x(t) + 0.5x^2(t)$ اعمال شده است. طیف سیگنال $y(t)$ را به دست آورده و آن را رسم کنید. طیف $M(f)$ در شکل زیر نشان داده شده است که در آن $W \ll f_c$ است.



4- پاسخ فرکانسی یک فیلتر VSB در شکل زیر نشان داده شده است:



الف) اگر سیگنال پیام به صورت

$$m(t) = a_1\cos\omega_1 t + a_2\cos\omega_2 t$$

باشد، سیگنال مدوله شده VSB یعنی $x_{VSB}(t)$ را محاسبه کنید

ب) نشان دهید که $x_{VSB}(t)$ می‌تواند با آشکارساز همزمان دمدوله شود.

پاسخ نمونه سوالات بخش مدولاسیون دامنه

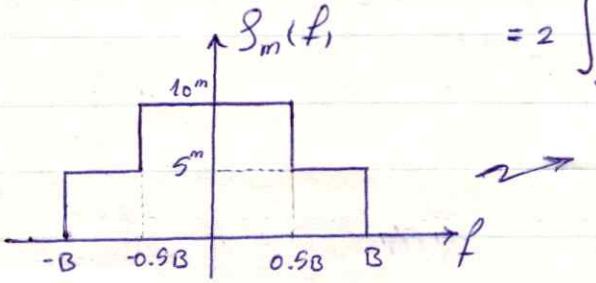
درس مخابرات ۱

محمدعلی شفیعیان

پاسخ سوال ۱

الف) توان متوسط پیام $m(t)$:

$$P_m = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_m(\omega)\,d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} S_m(f)\,df$$



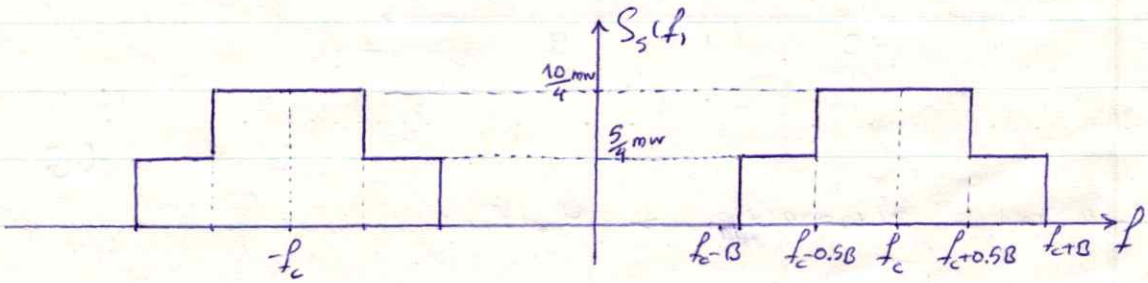
$$= 2\int_0^{\infty} S_m(f)\,df = 2\left(10^{mw}\times 0.5B + 5^{mw}\times 0.5B\right)$$

$$= 15B\ mw$$

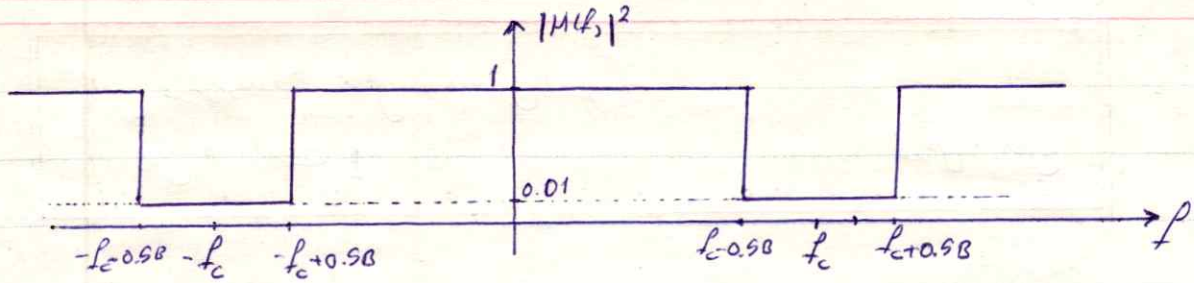
ب)

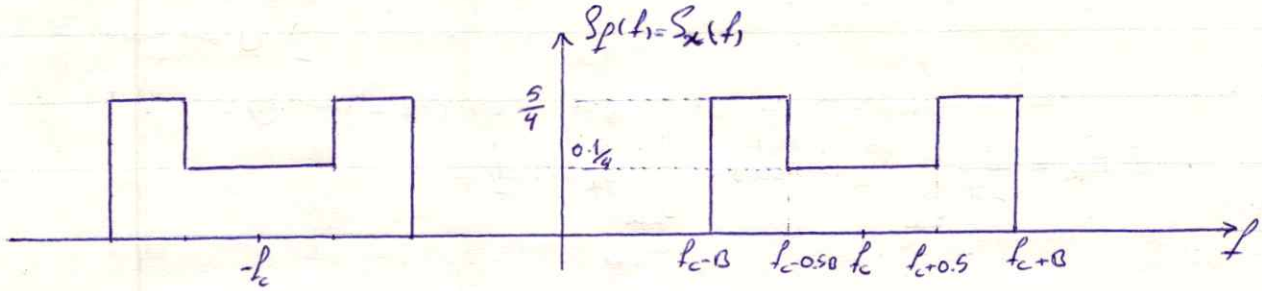
(فرض) $n(t)=0$, $H(f)=1\ \forall f \Rightarrow S_z(f)=?$

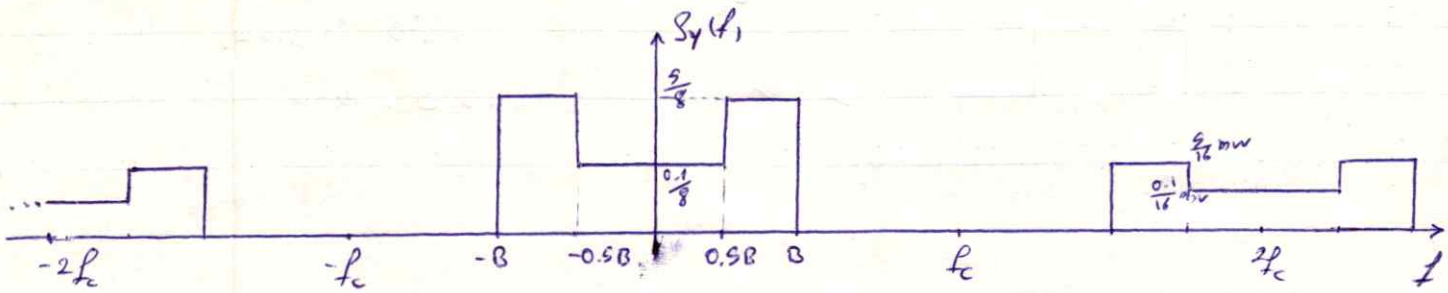
DSB-SC $\rightarrow s(t)=m(t)\cos(2\pi f_c)t \Rightarrow S_s(f)=\frac{1}{4}\left[S_m(f-f_c)+S_m(f+f_c)\right]$

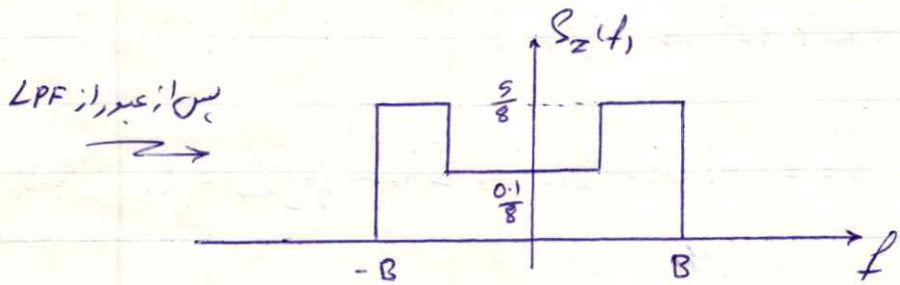


با توجه به فرض سوال $\rightarrow S_x(f)=S_y(f)=S_s(f)\cdot|H(f)|^2$



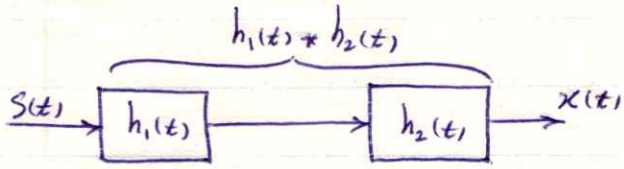






ج)

(نویز) $n(t)=0$ ، $z(t)=m(t)$ ⟶ $H_{eq}(f)=?$



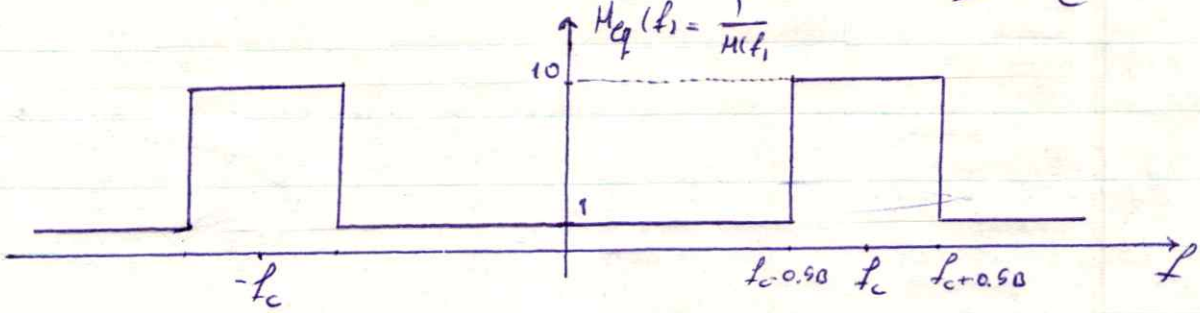
$$x(t)=S(t)*\underbrace{(h_1(t)*h_2(t))}_{\delta(t)}=S(t)$$

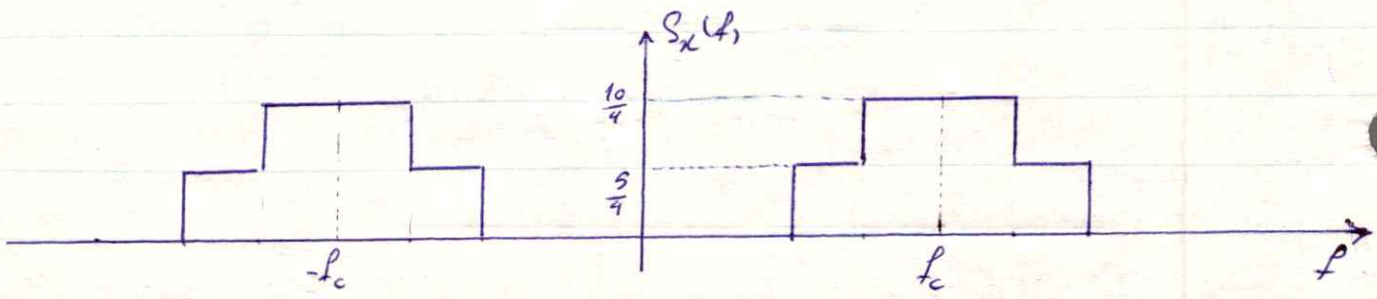
$\rightarrow h_1(t)*h_2(t)=\delta(t) \Rightarrow H_1(f)\,H_2(f)=1 \rightarrow H_{eq}(f).H(f)=1$

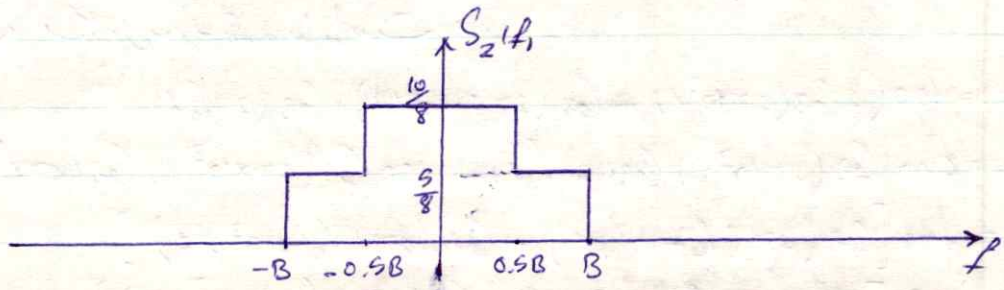
$$\Rightarrow \boxed{H_{eq}(f)=\frac{1}{H(f)}}$$

(ادامه پاسخ نمونه سوالات بخش مدولاسیون دامنه)

ادامه پاسخ سوال ۱

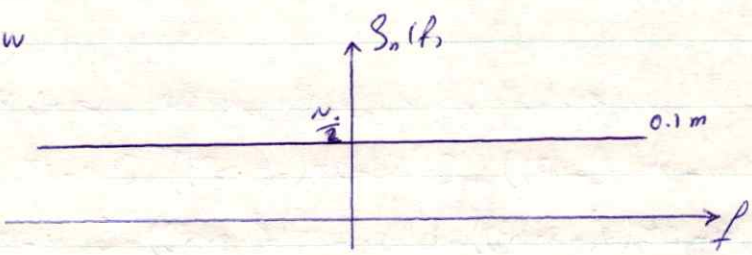




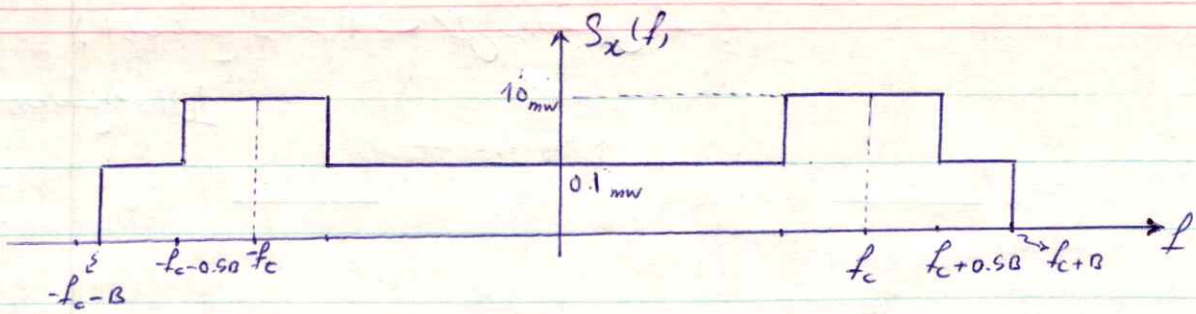


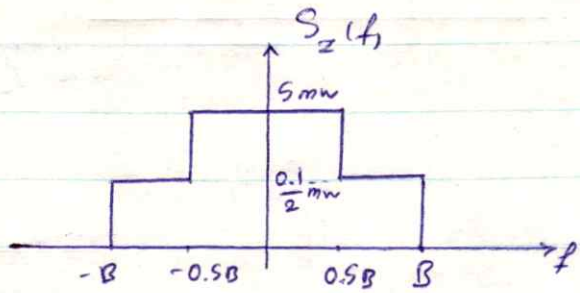
د) آند ورودی $m(t)$ را صفر فرض کنیم و با فرض وجود داشتن سیگنال نویز $n(t)$ و فیلتر جبرانساز $H_{eq}(f)$ طراحی شده در قسمت قبل می توان چگالی طیف توان نویز خروجی را به صورت زیر به دست آورد:

$$S_n(f) = \frac{N_0}{2} = 0.1 \text{ mW}$$



با توجه به $H_{eq}(f)$ طراحی شده در قسمت قبل برای $S_X(f)$ داریم:





پاسخ سؤال 2 :

الف) سیگنال مدوله شده برابر است با :

$$u(t) = 100\left(2\cos(2\pi 10^3 t) + \cos(2\pi 3\times10^3 t)\right)\cos(2\pi f_c t)$$
$$= 200\cos(2\pi 10^3 t)\cos(2\pi f_c t) + 100\cos(2\pi 3\times10^3 t)\cos(2\pi f_c t)$$
$$= 100\left[\cos\left(2\pi(f_c+10^3)t\right) + \cos\left(2\pi(f_c-10^3)t\right)\right]$$
$$+50\left[\cos\left(2\pi(f_c+3\times10^3)t\right) + \cos\left(2\pi(f_c-3\times10^3)t\right)\right]$$

با گرفتن تبدیل فوریه از رابطه بالا داریم :

$$U(f) = 50\left[\delta(f-(f_c+10^3)) + \delta(f+f_c+10^3) + \delta(f-(f_c-10^3)) + \delta(f+f_c-10^3)\right]$$
$$+25\left[\delta(f-(f_c+3\times10^3)) + \delta(f+f_c+3\times10^3) + \delta(f-(f_c-3\times10^3)) + \delta(f+f_c-3\times10^3)\right]$$

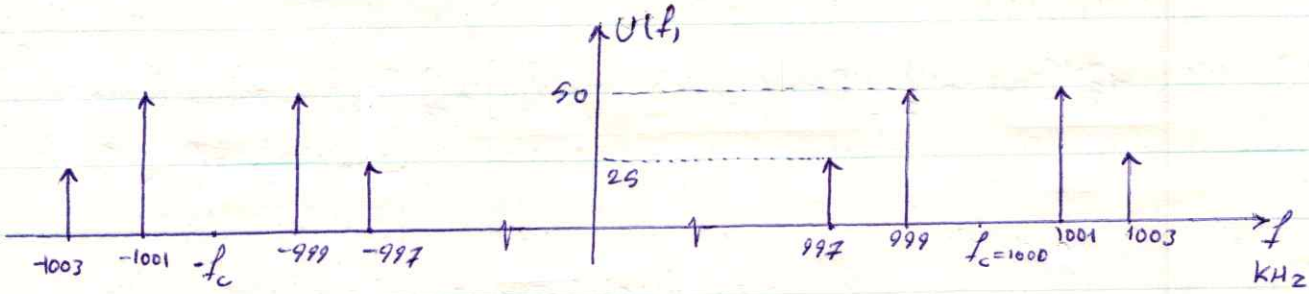
* و از آن رابطه بالا و در صورت ω نیز بیان شود، بنابراین داریم :

$$U(\omega) = 50\left[\delta(\omega-2\pi(f_c+10^3)) + \delta(\omega+2\pi(f_c+10^3)) + \delta(\omega-2\pi(f_c-10^3)) + \delta(\omega+2\pi(f_c-10^3))\right.$$
$$+25\left[\delta(\omega-2\pi(f_c+3\times10^3)) + \delta(\omega+2\pi(f_c+3\times10^3)) + \delta(\omega-2\pi(f_c-3\times10^3)) + \delta(\omega+2\pi(f_c-3\times10^3))\right.$$

(ادامه پاسخ نمونه سوالات بخش مدولاسیون دامنه)

ادامه پاسخ سوال 2

پس طیف سیگنال مدوله شده به صورت زیر می باشد:



ب) توان متوسط در فرکانس های f_c-1000 ، f_c+1000 برابر است با:

$$P_{f_c+1000} = P_{f_c-1000} = \frac{100^2}{2} = 5000$$

توان متوسط در فرکانس های f_c-3000 ، f_c+3000 نیز برابر است با:

$$P_{f_c+3000} = P_{f_c-3000} = \frac{50^2}{2} = 1250$$

پاسخ سوال 3:

$$y(t) = x(t) + \frac{1}{2}x^2(t)$$

$$= m(t) + \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}\left[m^2(t) + \cos^2(2\pi f_c t) + 2m(t)\cos(2\pi f_c t)\right]$$

$$= m(t) + \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}m^2(t) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cos(2\pi 2 f_c t) + m(t)\cos(2\pi f_c t)$$

تبدیل فوریه $y(t)$ به صورت زیر است:

$$Y(f) = M(f) + \frac{1}{2}M(f) * M(f) + \frac{1}{2}\left(M(f-f_c) + M(f+f_c)\right)$$

$$+ \frac{1}{4}\delta(f) + \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_c) + \delta(f+f_c)\right] + \frac{1}{8}\left[\delta(f-2f_c) + \delta(f+2f_c)\right]$$

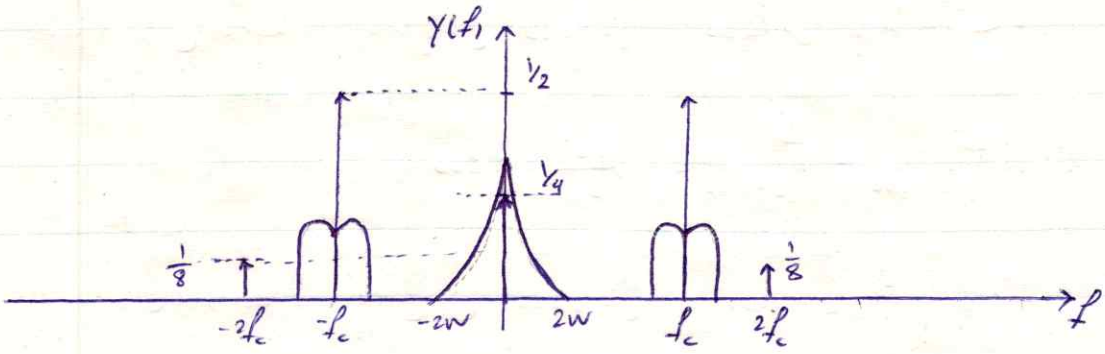
* بازهم می‌توان رابطه بالا را در حوزه ω نیز بیان کرد:

$$Y(\omega) = M(\omega) + \frac{1}{2\pi} M(\omega) * M(\omega) + \frac{1}{2}\left[M(\omega-\omega_c) + M(\omega+\omega_c)\right]$$

$$+\frac{2\pi}{4}\delta(\omega) + \frac{1}{2}\left[\delta(\omega-\omega_c) + \delta(\omega+\omega_c)\right] + \frac{1}{8}\left[\delta(\omega-2\omega_c) + \delta(\omega+2\omega_c)\right]$$

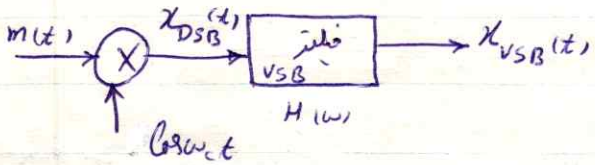
که در آن $\omega_c = 2\pi f_c$ است

طیف $Y(f)$ را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:



پاسخ سوال 4

با توجه به شکل زیر داریم:



$$x_{DSB}(t) = m(t)\cos\omega_c t = (a_1\cos\omega_1 t + a_2\cos\omega_2 t)\cos\omega_c t$$

$$= \frac{1}{2}a_1\cos(\omega_c-\omega_1)t + \frac{1}{2}a_1\cos(\omega_c+\omega_1)t$$

$$+\frac{1}{2}a_2\cos(\omega_c-\omega_2) + \frac{1}{2}a_2\cos(\omega_c+\omega_2)t$$

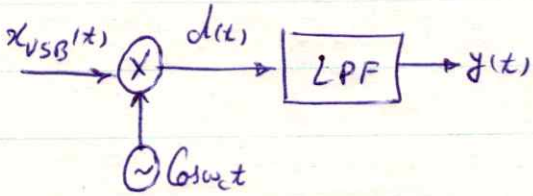
سینوسی‌های بالا از فیلتری با پاسخ فرکانسی $H(\omega)$ که در صورت سوال نشان داده شده است عبور می‌کنند. این فیلتر در فرکانس‌های $\omega_c-\omega_1$، $\omega_c+\omega_1$ و $\omega_c+\omega_2$ به ترتیب دارای بهره‌های α، $1-\alpha$، 0.5، 1 است بنابراین خروجی فیلتر VSB به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x_{VSB}(t) = \frac{1}{2}a_1\alpha\cos(\omega_c-\omega_1)t + \frac{1}{2}a_1(1-\alpha)\cos(\omega_c+\omega_1)t + \frac{1}{2}a_2\cos(\omega_c+\omega_2)t$$

←

ادامه پاسخ سوال ۹

ب - با توجه به شکل زیر که آشکارساز همزمان را نشان می‌دهد، داریم:



$$d(t) = x_{VSB}(t)\cos\omega_c t$$
$$= \frac{1}{4}[a_1\cos\omega_1 t + a_2\cos\omega_2 t] + \frac{1}{4}[a_1\alpha\cos(2\omega_c-\omega_1)t + a_1(1-\alpha)\cos(2\omega_c+\omega_1)t + a_2\cos(2\omega_c+\omega_2)t]$$

در صورت استفاده از فیلتر پایین‌گذر مناسب، سیگنال زیر در خروجی ظاهر می‌شود:

$$y(t) = \frac{1}{4}(a_1\cos\omega_1 t + a_2\cos\omega_2 t) = \frac{1}{4}m(t)$$

* به عنوان تمرین پاسخ فرکانسی فیلتر مناسب را به دست آورید.

نمونه سوال از بخش مدولاسیون زاویه

درس مخابرات ۱

محمدعلی شفیعیان

۱- یک سیگنال مدوله شده زاویه به صورت زیر داده شده است:

$$x_c(t) = 10\cos\left[2\pi(10^6)t + 0.1\sin(10^3)\pi t\right]$$

با در نظر گرفتن سیگنال بالا به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف- با فرض اینکه $x_c(t)$ یک سیگنال PM با $k_p = 10$ باشد، $m(t)$ را بیابید.

ب- با فرض اینکه $x_c(t)$ یک سیگنال FM با $k_f = 10\pi$ باشد $m(t)$ را بیابید.

2- فرض کنید $m_1(t)$ و $m_2(t)$ دو سیگنال پیام و $x_{c_1}(t)$ و $x_{c_2}(t)$ به ترتیب سیگنال‌های مدوله شده متناظر با آنها باشند.

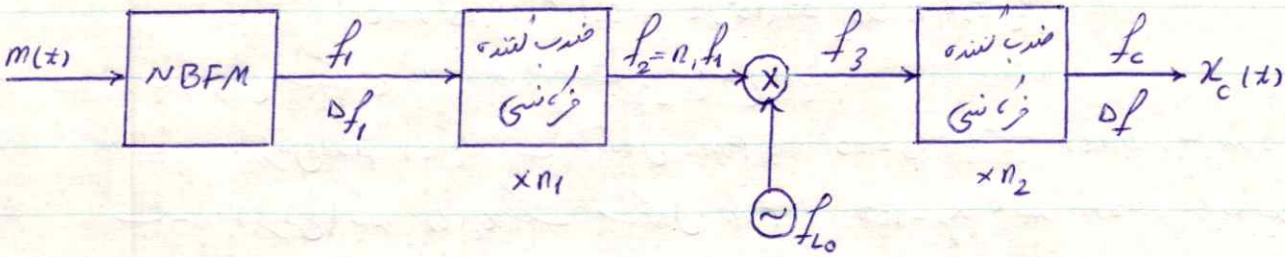
الف- نشان دهید که اگر مدولاسیون استفاده شده از نوع DSB (AM) باشد و سیگنال مدوله کننده نیز به صورت $m_1(t)+m_2(t)$ در نظر گرفته شود، آنگاه سیگنال مدوله شده به صورت $x_{c_1}(t)+x_{c_2}(t)$ خواهد بود. (در واقع به همین دلیل، مدولاسیون AM گاهی مدولاسیون خطی نیز نامیده می‌شود)

ب- نشان دهید که اگر مدولاسیون مورد استفاده از نوع PM باشد در آن صورت سیگنال مدوله کننده $m_1(t)+m_2(t)$ منجر به سیگنال مدوله شده $x_{c_1}(t)+x_{c_2}(t)$ نخواهد شد. این مسأله نشان می‌دهد که قضیه جمع آثار در مورد مدولاسیون زاویه برقرار نیست (گاهی به همین دلیل، مدولاسیون زاویه، مدولاسیون غیرخطی نیز نامیده می‌شود)

3- یک سیگنال حامل 20 MHz با استفاده از یک سیگنال سینوسی، مدوله فرکانسی شده است به طوری که حداکثر انحراف فرکانسی آن برابر با 10 KHz می‌باشد. شاخص مدولاسیون و پهنای باند تقریبی سیگنال FM را محاسبه کنید در صورتی که فرکانس سیگنال مدوله کننده (الف) 1 KHz (ب) 100 KHz (ج) 500 KHz باشد.

4- شکل زیر دیاگرام بلوکی یک فرستنده FM با مدولاسیون غیر مستقیم را نشان می‌دهد که به نام فرستنده آرمسترانگ (Armstrong) نیز شناخته می‌شود. حداکثر انحراف فرکانس Δf را برای سیگنال FM خروجی و همچنین برای سیگنال حامل f_c را محاسبه کنید اگر داشته باشیم:

$n_2 = 48 \quad n_1 = 64 \quad \Delta f_1 = 25\ Hz \quad f_{LO} = 10.8\ MHz \quad \Delta f_1 = 200\ kHz$



پاسخ نمونه سوالات بخش مدولاسیون زاویه

درس مخابرات ۱

محمدعلی شفیعیان

پاسخ سوال ۱

(الف)

$$x_{PM}(t) = A\cos\left[\omega_c t + k_p m(t)\right] = 10\cos\left[2\pi(10^6)t + 10\,m(t)\right]$$
$$= 10\cos\left[2\pi(10^6)t + 0.1\sin 10^3\pi t\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{m(t) = 0.01\sin 10^3\pi t}$$

(ب)

$$x_{FM}(t) = A\cos\left[\omega_c t + k_f\int_{-\infty}^{t} m(\lambda)\,d\lambda\right]$$

$$= 10\cos\left[2\pi(10^6)t + 0.1\sin 10^3\pi t\right]$$

با مقایسه دو طرف تساوی بالا و در نظرگرفتن اینکه $k_p = 10\pi$ است، داریم:

$$10\pi\int_{-\infty}^{t} m(\lambda)\,d\lambda = 0.1\sin 10^3\pi t$$

برای محاسبه $m(t)$ از طرفین رابطه بالا مشتق می‌گیریم. پس از ساده‌سازی داریم:

$$m(t) = 10\cos 10^3\pi t$$

پاسخ سوال 2:

الف) برای مدولاسیون DSB (AM) داریم:

$$m_1(t) \xrightarrow{\text{مدولاتور}} x_{c_1}(t) = m_1(t)\cos\omega_c t$$

$$m_2(t) \xrightarrow{\text{مدولاتور}} x_{c_2}(t) = m_2(t)\cos\omega_c t$$

بنابراین

$$m_1(t)+m_2(t) \xrightarrow{\text{مدولاتور}} x_{c3}(t)=[m_1(t)+m_2(t)]\cos\omega_c t$$
$$=m_1(t)\cos\omega_c t + m_2(t)\cos\omega_c t$$
$$=x_{c1}(t)+x_{c2}(t)$$

در نتیجه مدولاسیون DSB (AM) یک مدولاسیون خطی است.

ب) برای مدولاسیون PM داریم:

$$m_1(t) \xrightarrow{\text{مدولاتور}} x_{c1}(t)=A\cos[\omega_c t+k_p m_1(t)]$$
$$m_2(t) \longrightarrow x_{c2}(t)=A\cos[\omega_c t+k_p m_2(t)]$$

بنابراین:

$$m_1(t)+m_2(t) \longrightarrow x_{c3}(t)=A\cos\{\omega_c t+k_p[m_1(t)+m_2(t)]\} \neq x_{c1}(t)+x_{c2}(t)$$

بنابراین PM یک مدولاسیون غیرخطی است.

پاسخ سوال 3:

طبق داده‌های مسئله داریم:

$$\Delta f=100\ KHz \qquad f_c=20MHz \gg f_m$$

همچنین برای مدولاتور سینوسی داریم:

$$\beta=\frac{\Delta\omega}{\omega_m}=\frac{\Delta f}{f_m}$$

الف) به ازای $f_m=1\ kHz$ داریم $\beta=100$. پس سیگنال مدوله شده زاویه از نوع WBFM با پهنای باند $BW\simeq 2\Delta f=200\ KHz$ می‌باشد

ب) به ازای $f_m=100\ KHz$، $\beta=1$ است، پس پهنای باند سیگنال مدوله شده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$BW\simeq 2(\beta+1)f_m=400\ KHz$$

ج) به ازای $f_m=500\ kHz$ داریم $\beta=0.2$ که نشان دهنده یک سیگنال NBFM با پهنای باند زیر است:

$$BW\simeq 2f_m=1000\ KHz=1\ MHz$$

ادامه پاسخ نمونه سوالات بخش مدولاسیون زاویه

پاسخ سوال 4 :

$$\Delta f = (\Delta f_1)\, n_1 n_2 = 25 \times 64 \times 48 = 76.8 \text{ kHz}$$

$$f_2 = n_1 f_1 = 64 \times 200 \times 10^3 = 12.8 \times 10^6 = 12.8 \text{ MHz}$$

$$f_3 = f_2 \pm f_{LO} = (12.8 \pm 10.8) \times 10^6 \text{ Hz} = \begin{cases} 23.6 \text{ MHz} \\ 2 \text{ MHz} \end{cases}$$

در حالتی که $f_3 = 23.6$ MHz باشد داریم :

$$f_c = n_2 f_3 = 48 \times 23.6 = 1132.8 \text{ MHz}$$

و اگر $f_3 = 2$ MHz باشد داریم :

$$f_c = n_2 f_3 = 48 \times 2 = 96 \text{ MHz}$$