

تکلیف شماره ۲

درس مبانی کامپیوتر و برنامه‌نویسی (MATLAB)

محمدعلی شفیعیان

**** راهنمایی و نکات مهم:** دانشجوی گرامی، پیش از انجام و تحویل تکلیف خود، موارد زیر را به‌دقت بخوانید.

- ۱- برنامه‌های نوشته‌شده برای این تکلیف را از درون محیط اسکریپت MATABL کپی نموده و درون یک فایل word قرار دهید. اگر در پرسشی خروجی‌ها به‌صورت متن در Command Window یا ترسیم نمودار هستند آن‌ها را نیز تحت عنوان خروجی در فایل خود قرار دهید.
- ۲- همه صفحه‌های فایل word باید دارای نام و نام خانوادگی کامل، شماره دانشجویی و رشته تحصیلی شما باشد. توجه داشته باشید که این مشخصات باید به‌صورت تایپ شده باشد.
- ۳- فایل word خود را پرینت کنید و در زمان تعیین شده تحویل دهید. همچنین کدهای نوشته‌شده خود را در کلاس با خود به‌همراه داشته باشید.
- ۴- برای صرفه‌جویی در مصرف کاغذ، فونت نوشته‌های فارسی را بین ۱۰ تا ۱۲ و انگلیسی را بین ۹ تا ۱۱ قرار دهید و فاصله سطرها را ۱ قرار دهید. همچنین حاشیه صفحه فایل خود را از همه اطراف بیش از ۱/۵ سانتی‌متر در نظر نگیرید. برای صفحه‌ها شماره صفحه بگذارید و آن‌ها را به‌صورت پشت و رو پرینت کنید.

۱- هزینه ارسال یک بسته به‌وسیله پست ویژه ۱۰ دلار به ازای هر ۲ پوند و ۳/۷۵ دلار به ازای هر پوند اضافه بر ۲ پوند است. اگر بسته‌ای دارای وزنی بالغ بر ۷۰ پوند باشد، ۱۰ دلار جریمه به عنوان اضافه بار به مخارج افزوده می‌شود. هیچ بسته‌ای با وزن بالای ۱۰۰ پوند مورد قبول واقع نمی‌شود. برنامه‌ای بنویسید که وزن بسته‌ها را بر حسب پوند دریافت کرده و هزینه ارسال بسته را محاسبه نماید (اطمینان حاصل نمایید که برنامه قابلیت محاسبه هزینه را برای بسته‌های دارای اضافه وزن داشته باشد).

۲- در برخی از ماتریس‌ها عنصری وجود دارد که به آن نقطه زینی (Saddle Point) گفته می‌شود. یک نقطه زینی، عنصری از ماتریس است که مقدار آن بزرگتر یا مساوی هریک از عناصر موجود در آن سطر و نیز کوچک‌تر یا مساوی هر یک از عناصر موجود در ستونی است که آن عنصر در آن قرار دارد. به عنوان مثال، عنصر موجود در سطر اول و ستون اول ماتریس زیر یک نقطه زینی است زیرا از تمامی عناصر موجود در سطر اول بزرگتر و از تمامی عناصر موجود در ستون اول نیز کوچک‌تر است:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 6 & 8 & 6 & 4 \\ 8 & 6 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

توجه داشته باشید که یک ماتریس می‌تواند اصلاً نقطه زینی نداشته باشد یا اینکه بیش از یک نقطه زینی داشته باشد. تابعی به نام saddle را تعریف کنید که یک پارامتر ورودی به نام M داشته باشد که همان ماتریسی است که قرار است نقطه زینی برای آن محاسبه شود. همچنین این تابع باید دو خروجی به نام‌های rows و cols داشته باشد که اندیس‌های سطر و ستون نقطه (نقطه‌های) زینی را به‌صورت دو بردار ستونی در خروجی قرار دهد. برنامه را به‌گونه‌ای بنویسید که اگر هیچ نقطه زینی در ماتریس M پیدا نشد، مقادیر خروجی‌ها را برابر با بردار تهی قرار داده شود.

**** راهنمایی:** برای نوشتن این تابع می‌توانید با استفاده از دو حلقه for شرط نقطه زینی برای تک تک عناصر ماتریس را بررسی نمایید و در صورت برآورده شدن شرایط اندیس آن را بردارید و در خروجی قرار دهید.

۳- یکی از روش‌های عددی برای یافتن ریشه یک معادله، روش نصف کردن فاصله (تنصیف) نام دارد. به‌طور کلی اگر تابع $f(x)$ در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد و نیز $f(a) \cdot f(b) < 0$ باشد، آنگاه حداقل یک نقطه مانند c هست که $a < c < b$ و $f(c) = 0$ است. به عبارت دیگر معادله $f(x) = 0$ حداقل یک ریشه در بازه (a, b) دارد. علاوه بر آن اگر تابع $f(x)$ بر بازه $[a, b]$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی) باشد، آنگاه c منحصر به فرد است. روش تنصیف عبارت است از تکرار نصف کردن زیربازه‌های $[a, b]$ و در هر مرحله، تعیین نیم‌بازه‌ای که شامل ریشه c باشد. برای شروع قرار می‌دهیم $a_1 = a$ و $b_1 = b$ و فرض می‌کنیم c_1 نقطه میانی $[a, b]$ باشد یعنی:

$$c_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} \quad (1-3)$$

حال اگر $f(c_1)$ شرط توقف الگوریتم (که بعداً بیان خواهد شد) را برآورده کند آنگاه c_1 ریشه $f(x)$ است، در غیر این صورت، حاصل ضرب $f(a_1) \cdot f(c_1)$ را تشکیل می‌دهیم و حالات زیر را تشخیص می‌دهیم:

الف - اگر $f(a_1) \cdot f(c_1) > 0$ باشد ریشه در بازه $[c_1, b_1]$ قرار دارد و قرار می‌دهیم $a_2 = c_1$ و $b_2 = b_1$.

ب - اگر $f(a_1) \cdot f(c_1) < 0$ باشد ریشه در بازه $[a_1, c_1]$ قرار دارد و قرار می‌دهیم $a_2 = a_1$ و $b_2 = c_1$.

اکنون عملیات بالا را برای زیربازه $[a_2, b_2]$ تکرار می‌کنیم و همین عملیات را ادامه می‌دهیم. به این ترتیب، دنباله‌ای از اعداد برای c_n تولید می‌شود که با استفاده از معیار توقف زیر، در مرحله‌ای مناسب متوقف می‌شویم:

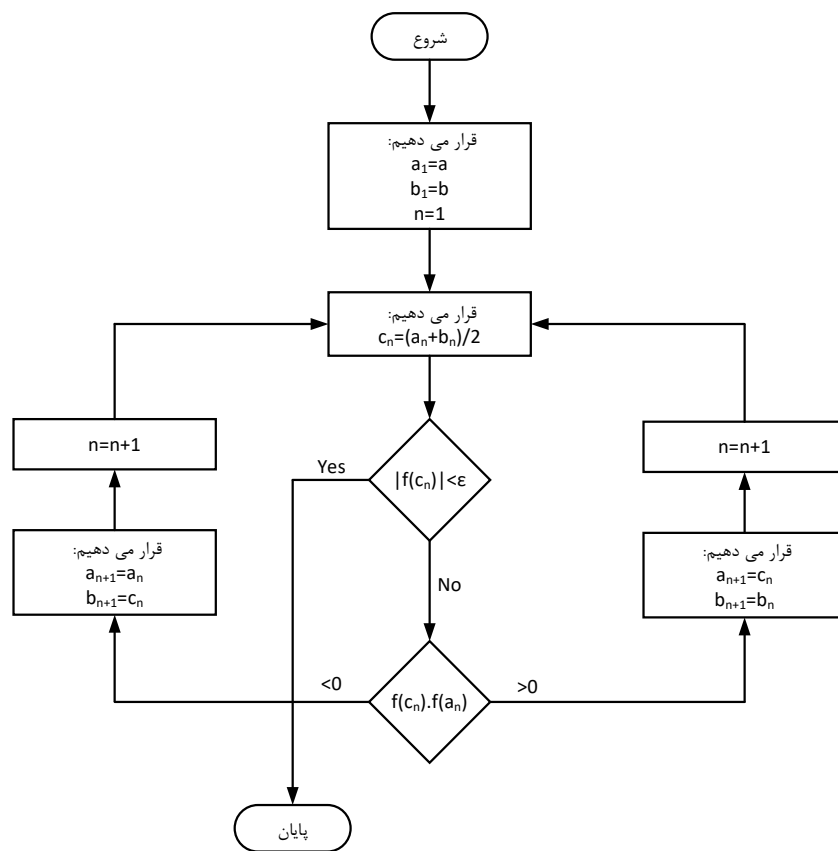
$$|f(c_n)| < \varepsilon \quad (2-3)$$

که در آن $\varepsilon > 0$ ، دقت مورد نیاز ما به شمار می‌آید.

با توجه به آنچه بیان شد، برنامه‌ای بنویسید که ریشه معادله $f(x) = 2x - \sin(x) - 0.7$ را با دقت $\varepsilon = 10^{-4}$ روی بازه $[0, 1]$ به دست آورد.

**** راهنمایی:** برای تعریف و محاسبه تابع $f(x)$ می‌توانید از دستور $f = @(x) 2*x - \sin(x) - 0.7$ استفاده نمایید.

**** راهنمایی:** برای سهولت در نوشتن برنامه، فلوجارت روش نصف کردن فاصله در ادامه آورده شده است که می‌توانید از آن استفاده نمایید.



۴- ایزوتوپ رادیواکتیو یک عنصر، حالتی ناپایدار از عنصر است که به طور طبیعی در طی یک زمان معین به عناصر دیگر تجزیه می‌شود. این تجزیه روندی نمایی دارد. اگر Q_0 مقدار اولیه یک ماده رادیواکتیو در زمان $t=0$ باشد، آنگاه مقدار ماده در هر زمان t از معادله زیر به دست می‌آید:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\lambda t} \quad (۱-۴)$$

که در آن λ ثابت تجزیه رادیواکتیو می‌باشد.

از آنجایی که تجزیه مواد رادیواکتیو با روندی ثابت صورت می‌گیرد، می‌توان از آن به عنوان ساعتی برای اندازه گرفتن آغاز تجزیه استفاده کرد. اگر از مقدار ماده رادیواکتیو در نمونه اولیه (Q_0) و مقدار باقی‌مانده از آن در زمان فعلی مطلع باشیم، می‌توانیم با حل معادله بالا نسبت به t ، زمان آغاز تجزیه را تعیین نماییم. معادله به دست آمده به صورت زیر است:

$$t_{delay} = -\frac{1}{\lambda} \log_e \frac{Q}{Q_0} \quad (۲-۴)$$

این معادله در بسیاری از مقوله‌های علمی کاربرد دارد. برای مثال باستان شناسان با استفاده از نوعی ساعت رادیواکتیوی که مبتنی بر کربن ۱۴ است، مدت زمان سپری شده بعد از مرگ موجودات زنده را تعیین می‌نمایند. در زمان حیات گیاهان یا حیوانات، کربن ۱۴ مرتباً وارد بدن آنها می‌شود، بنابراین مقدار کربنی که در هنگام مرگ در بدن یک موجود زنده باقی می‌ماند از قبل معلوم است. ثابت تجزیه برای کربن ۱۴، برابر با 0.00012097 در سال است. حال اگر بتوانیم مقدار کربن ۱۴ باقی‌مانده را به طور دقیق اندازه‌گیری کنیم آنگاه از معادله (۲-۵) می‌توان تعیین نمود که چند وقت پیش این موجود مرده است.

برنامه‌ای بنویسید که مقدار کربن ۱۴ باقی‌مانده به صورت تابعی از زمان را نشان دهد. سپس با دریافت کردن درصد کربن ۱۴ باقی‌مانده در یک نمونه، عمر این نمونه را محاسبه نماید و جواب را بوسیله واحدهای مناسبی نمایش دهد.

۵- مسافت بین دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) در مختصات دکارتی توسط معادله زیر حساب می‌شود:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (1-5)$$

برنامه‌ای بنویسید که مسافت بین دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) را که توسط کاربر مشخص می‌شود محاسبه نماید. با استفاده از برنامه نوشته شده فاصله بین نقاط $(2, 3)$ و $(8, -5)$ را حساب کنید.

۶- برنامه‌ای بنویسید که عددی بین صفر تا ۱۰۰ را به عنوان نمره دریافت نماید و به نمرات بالای ۹۵ درجه A، به نمرات بین ۸۶ تا ۹۵ درجه B، به نمرات بین ۷۶ تا ۸۶ درجه C، به نمرات بین ۶۶ تا ۷۶ درجه D و به نمرات بین صفر تا ۶۶ درجه F را نسبت دهد.

۷- اعداد فیبوناتچی. در سری فیبوناتچی n امین عدد فیبوناتچی توسط معادله زیر بیان می‌شود:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \quad n \geq 1 \quad (1-7)$$

که در آن، برای شروع سری باید مقادیر a_1 و a_2 مشخص باشد. برنامه‌ای بنویسید که مقادیر a_1 و a_2 نیز تعداد مؤلفه‌هایی (n) از سری که باید در یک زمان محاسبه شود را از کاربر دریافت نموده و مقدار سری را محاسبه نماید و نمایش دهد. برنامه را به گونه‌ای بنویسید که اولین باری که $|a_n| > 1000$ شود، محاسبات متوقف شود.

۸- میانگین هارمونیک. میانگین هارمونیک یکی از راه دیگر برای محاسبه میانگین یک سری از اعداد می‌باشد. میانگین هارمونیک یکی از اعداد توسط معادله زیر بیان می‌شود:

$$\text{میانگین هارمونیک} = \frac{N}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_N}} \quad (1-8)$$

که در آن، N تعداد اعداد است. برنامه‌ای بنویسید که تعداد دلخواهی از مقادیر مثبت ورودی را خوانده و سپس به محاسبه میانگین هارمونیک این سری از اعداد بپردازد. از هر روشی که صلاح می‌دانید برای خواندن این مقادیر ورودی استفاده نمایید.

در جهان بال و پر خویش گشودن آموز

که پریدن نتوان با پر و بال دگران

اقبال لاهوری