

تکلیف شماره ۳

درس مبانی کامپیوتر و برنامه‌نویسی (MATLAB)

محمدعلی شفیعیان

**** راهنمایی و نکات مهم:** دانشجوی گرامی، پیش از انجام و تحویل تکلیف خود، موارد زیر را به دقت بخوانید.

- ۱- برنامه‌های نوشته‌شده برای این تکلیف را از درون محیط اسکریپت MATAB کپی نموده و درون یک فایل word قرار دهید. اگر در پرسشی خروجی‌ها به صورت متن در Command Window یا ترسیم نمودار هستند آن‌ها را نیز تحت عنوان خروجی در فایل خود قرار دهید.
- ۲- همه صفحه‌های فایل word باید دارای نام و نام خانوادگی کامل، شماره دانشجویی و رشته تحصیلی شما باشد. توجه داشته باشید که این مشخصات باید به صورت تایپ شده باشد.
- ۳- فایل word خود را پرینت کنید و در زمان تعیین شده تحویل دهید. همچنین کدهای نوشته‌شده خود را در کلاس با خود به همراه داشته باشید.
- ۴- برای صرفه‌جویی در مصرف کاغذ، فونت نوشته‌های فارسی را بین ۱۰ تا ۱۲ و انگلیسی را بین ۹ تا ۱۱ قرار دهید و فاصله سطرها را ۱ قرار دهید. همچنین حاشیه صفحه فایل خود را از همه اطراف بیش از ۱/۵ سانتی‌متر در نظر بگیرید. برای صفحه‌ها شماره صفحه بگذارید و آن‌ها را به صورت پشت و رو پرینت کنید.

۱- رابطه زیر را در نظر بگیرید:

$$V_o = \frac{1}{1+j2\pi fRC} V_i \quad (1-1)$$

- در یک اسکریپت، برنامه‌ای بنویسید که مقادیر پارامترهای f ، R و C را از کاربر دریافت کند (راهنمایی: استفاده از دستور input) و نمودار اندازه و فاز V_o را بر حسب V_i را در یک نمودار ترسیم نماید. (راهنمایی: برای محاسبه اندازه از دستور abs و برای محاسبه فاز از دستور angle استفاده کنید).
- مقدار V_i را از -10 تا $+10$ با گام‌های 2.5 ، قرار دهید. همچنین، در صورت تمایل می‌توانید برای پارامترهای f ، R و C مقادیر پیش‌فرض $f=100$ ، $R=10$ و $C=1 \times 10^{-6}$ را وارد نمایید.
- دو نمودار باید در یک figure و با رنگ‌های مختلف ترسیم شوند. نمودار اندازه را با رنگ قرمز و به صورت نقطه‌چین با markerهای ستاره‌ای و نمودار فاز را با رنگ مشکی و خط‌چین با markerهای مربعی شکل ترسیم نمایید. ضخامت خط را در هر کدام برابر با ۲ قرار دهید.
- برنامه را به گونه‌ای بنویسید که اگر مقدار کمیت‌های f ، R و C که کاربر دریافت می‌کند منفی بود یک پیغام خطا نمایش داده شود (راهنمایی: استفاده از دستور disp) و برنامه اجرا نشود.

۲- اگر توپی از ارتفاع h_0 بالای سطح زمین با سرعت عمودی v_0 رها شود، مکان و سرعت توپ به صورت تابعی از زمان توسط معادلات زیر بیان می‌شود:

$$h(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0 \quad (1-2)$$

و

$$v(t) = gt + v_0 \quad (2-2)$$

- که در آن g شتاب جاذبه زمین $(-9.81 \frac{m}{s^2})$ ، h ارتفاع از سطح زمین (با فرض اینکه اصطکاک هوا وجود ندارد) و v نیز سرعت عمودی است. برنامه‌ای بنویسید که با صدور پیغامی از کاربر ارتفاع اولیه توپ را بر حسب متر و سرعت اولیه توپ را بر حسب متر بر ثانیه درخواست نماید. برای سرعت توپ بر حسب ارتفاع آن را ترسیم نماید. برای نمودار خود عنوان و برای محورها برچسب منظور کنید.

۳- **ترمودینامیک: قانون گازهای ایده‌آل.** گاز ایده‌آل گازی است که تمامی برخوردهای بین مولکول‌های آن کاملاً کشسان باشد. می‌توان مولکول‌های داخل گاز ایده‌آل را به مانند توپ‌های بیلیارد کاملاً محکم در نظر گرفت که پس از برخورد با یکدیگر بدون از دست رفتن هیچ‌گونه انرژی جنبشی از هم جدا می‌شوند. این گاز را می‌توان توسط سه کمیت می‌توان شناسایی نمود: فشار مطلق (P)، حجم (V) و دمای مطلق (T). رابطه بین این کمیت‌ها در یک گاز ایده‌آل، قانون گازهای ایده‌آل نام دارد:

$$PV = nRT \quad (۱-۳)$$

که در آن P فشار گاز بر حسب کیلوپاسکال (kPa)، V حجم گاز بر حسب لیتر (L) و n تعداد مولکول‌های گاز بر حسب مول (mol)، R ثابت جهانی گازها (۸/۳۱۴ L.kPa/mol.k) و T دمای مطلق بر حسب کلونین (k) می‌باشد (توجه کنید مولکول $۱۰^{۲۳} \times ۶/۰۲ = ۱$ مول). فرض کنید نمونه‌ای از یک گاز ایده‌آل حاوی یک مول مولکول در دمای ۲۷۳ k در دست ما است. اکنون به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) اگر فشار گاز از ۱ kPa به ۱۰۰۰ kPa تغییر یابد، حجم این گاز چگونه تغییر می‌کند؟ فشار گاز را بر حسب حجم آن در محورهای مناسب رسم نمایید. از یک خط قرمز مناسب با پهنای ۲ پیکسل استفاده نمایید.

ب) فرض کنید دمای گاز تا ۳۷۳ k افزایش یابد. حال حجم گاز چگونه با فشار تغییر می‌نماید؟ فشار گاز را بر حسب حجم آن در همان محورهای قبلی (قسمت الف) رسم کنید. از خط چین آبی با پهنای ۲ پیکسل استفاده نمایید.

برای نمودار خود عنوان و برای محورهای X و Y برچسب منظور کنید. همچنین توضیحی برای هر نمودار تعیین کنید.

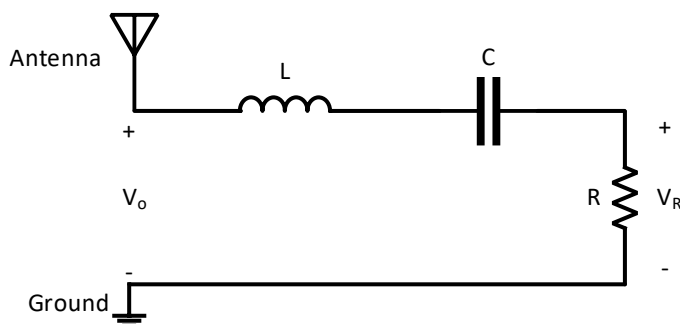
۴- **گیرنده رادیویی.** نوع ساده‌ای از قسمت جلوی یک گیرنده رادیوی AM در شکل ۴-۱ نشان داده شده است. این گیرنده از یک مدار RLC شامل یک مقاومت، خازن و سلف که به صورت سری به هم متصل شده اند، تشکیل شده است. ولتاژ سرتاسر بار مقاومتی در این شکل به صورت تابعی از فرکانس بنا به معادله (۴-۱) تغییر می‌کند:

$$V_R = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} V_o \quad (۱-۴)$$

که در آن، $\omega = 2\pi f$ و f فرکانس بر حسب هرتز می‌باشد. فرض کنید که $L=0.2$ mH، $C=0.25$ nF، $R=50$ Ω و $V_o=10$ mV است. الف) نمودار ولتاژ روی بار مقاومتی را به صورت تابعی از فرکانس رسم نمایید. در چه فرکانسی ولتاژ بر روی بار مقاومتی به حداکثر مقدار خود می‌رسد؟ در این فرکانس ولتاژ بر چیست؟ این فرکانس، فرکانس تشدید f_0 نام دارد. مقادیر به دست آمده برای ولتاژ و فرکانس را به صورت متنی در Command Window نمایش دهید.

ب) اگر فرکانس به مقدار ۱۰٪ بیشتر از فرکانس تشدید تغییر نماید، ولتاژ با چه خواهد بود؟

پ) در چه فرکانس‌هایی ولتاژ روی بار به نصف ولتاژ در زمان فرکانس تشدید افت خواهد کرد؟



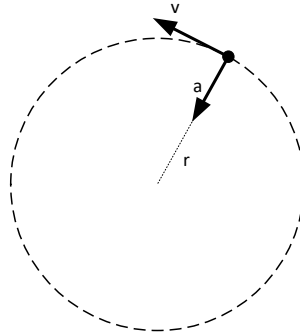
شکل ۱۰-۱: نسخه ساده‌شده قسمت جلوی یک گیرنده رادیوی AM

۵- شعاع چرخشی هواپیما. یک شی که در یک مسیر دایره‌ای با سرعت مماسی ثابت v حرکت می‌کند در شکل ۵-۱ نشان داده شده است. شتاب شعاعی لازم برای حرکت شی در یک مسیر دایره‌ای توسط معادله زیر بیان می‌شود:

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (۱-۵)$$

که در آن، a شتاب مرکزگرای شی بر حسب m/s^2 ، کمیت v سرعت مماسی شی بر حسب m/s و r شعاع گردشی بر حسب متر است. فرض کنید که شی در یک هواپیما قرار دارد و به پرسش‌های زیر پیرامون آن پاسخ دهید:

الف) فرض کنید که هواپیما با سرعت 0.85 ماخ و 0.85 سرعت صوت حرکت می‌کند. اگر شتاب مرکزگرا $2g$ باشد، شعاع گردشی هواپیما چقدر خواهد بود؟ (توجه: برای این مسأله می‌توانید فرض کنید 1 ماخ برابر با 340 m/s و $1g = 9.81$ m/s^2 است).



شکل ۵-۱: یک شی که به خاطر شتاب مرکزگرای a در یک مسیر دایره‌ای به‌طور یکنواخت حرکت می‌کند.

- ب) فرض کنید که سرعت هواپیما به $1/5$ ماخ افزایش یابد. حال شعاع گردشی هواپیما چه مقداری است؟
- پ) شعاع گردشی را به‌صورت تابعی از سرعت هواپیما برای سرعت‌های 0.5 ماخ تا 2 ماخ، با این فرض که شتاب $2g$ باقی می‌ماند، رسم نمایید.
- ت) فرض کنید که شتاب ماکزیممی که خلبان می‌تواند تحمل نماید $7g$ است. در $1/5$ ماخ مینیمم شتاب گرانشی هواپیما چقدر است؟
- ث) شعاع گردشی را به‌صورت تابعی از شتاب مرکزگرا بین شتاب‌های $2g$ تا $8g$ با فرض سرعت ثابت 0.85 ماخ رسم نمایید.

۶- فرض کنید تابع مختلط $f(t)$ به‌وسیله معادله زیر بیان می‌شود:

$$f(t) = (0.5 - 0.25i)t - 1.0 \quad (۱-۶)$$

نمودار دامنه و فاز این تابع را به‌ازای $0 \leq t \leq 4$ رسم نمایید.

۷- ترسیم مدار چرخش ماهواره. هنگامی که یک ماهواره به‌دور زمین می‌چرخد، مدار چرخش آن تشکیل یک بیضی می‌دهد به‌طوری‌که زمین روی یکی از کانون‌های بیضی قرار می‌گیرد. مدار چرخش ماهواره را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$r = \frac{P}{1 - \epsilon \cos \theta} \quad (۱-۷)$$

که در آن، r و θ به‌ترتیب فاصله و زاویه ماهواره از مرکز زمین، P یک پارامتر مشخص‌کننده اندازه مدار و ϵ پارامتر تعیین‌کننده میزان بیضوی بودن مدار است. مقدار ϵ برای یک مدار دایره‌ای صفر می‌باشد و برای یک مدار بیضوی $0 \leq \epsilon \leq 1$ است. اگر $\epsilon > 1$ باشد، ماهواره یک مسیر هایپربولیک را دنبال خواهد کرد و از محدوده جاذبه زمین خارج می‌شود.

ماهواره‌ای را با پارامتر اندازه $P=1000$ km در نظر بگیرید. مدار چرخش این ماهواره را برای حالت‌های زیر رسم کنید:

الف) $\epsilon = 0$ ب) $\epsilon = 0.15$ پ) $\epsilon = 0.5$

هر یک از این محورها چقدر به زمین نزدیک می‌شوند؟ این سه نمودار را با هم مقایسه کنید. آیا با نگاه کردن به این نمودارها می‌توانید متوجه مفهوم پارامتر P شوید؟

۸- جریان گذرنده از دیود. جریان گذرنده از یک دیود نیمه‌هادی توسط معادله زیر بیان می‌شود:

$$i_D = I_0 \left(e^{\frac{qv_D}{kT}} - 1 \right) \quad (1-8)$$

که در آن:

i_D = جریان گذرنده از دیود بر حسب آمپر.

v_D = ولتاژ دو سر دیود بر حسب ولت.

I_0 = جریان نشستی دیود بر حسب آمپر.

q = بار یک الکترون برابر با 1.602×10^{-19} کولن.

k = ثابت بولتزمن برابر با 1.38×10^{-23} ک/ژول.

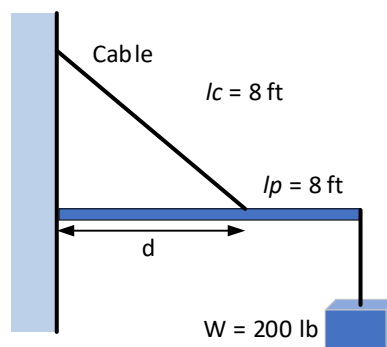
T = دما بر حسب کلوین (k).

جریان نشستی I_0 دیود برابر با $2 \mu A$ است. برنامه‌ای بنویسید که جریان گذرنده از این دیود را برای تمامی ولتاژهای از $1V$ تا $0.6V$ در گام‌های $0.1V$ حساب نماید. این روند را برای دماهای $75^\circ C$ ، $100^\circ C$ و $125^\circ C$ درجه فارنهایت تکرار نمایید و نموداری از دما بر حسب ولتاژ ایجاد نمایید. در این نمودار منحنی ۳ دمای مختلف را با رنگ‌های متفاوت نشان دهید.

۹- تنش روی یک کابل. یک جسم 200 پوندی از انتهای یک تیرک عمودی آویزان شده است (شکل ۹-۱) و این تیرک توسط یک محور به دیوار متصل شده است و همچنین توسط یک کابل 8 فوتی که در نقطه‌ای بالاتر به دیوار متصل است، حمایت می‌شود. تنش روی این کابل توسط معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$T = \frac{W \cdot lc \cdot lp}{d \cdot \sqrt{lp^2 - d^2}} \quad (1-9)$$

که در آن، T تنش کابل، W وزن جسم، lc طول کابل، lp طول تیرک و d فاصله بین تیرک و نقطه اتصال آن به دیوار می‌باشد. برنامه‌ای بنویسید که فاصله d را طوری محاسبه کند که تنش کابل حداقل شود. برای این کار برنامه باید تنش روی کابل را در فاصله‌های منظم 1 فوتی از فوت اول تا فوت هفتم را محاسبه نماید و همچنین می‌بایست فاصله d که منجر به حداقل تنش می‌شود را بیابد. همچنین این برنامه باید نمودار تنش کابل را بر حسب تابعی از d به همراه نمودار و برچسب محورها رسم نماید.



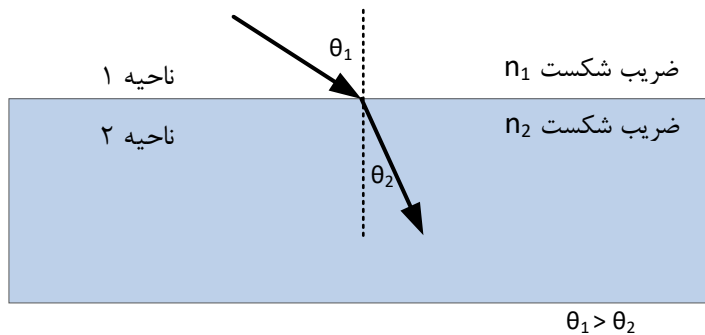
شکل ۹-۱: یک وزنه 200 پوندی که از یک تیرک آویزان شده است. این تیرک توسط یک کابل حمایت می‌شود.

۱۰- شکست نور. هنگامی که یک باریکه نور از ناحیه‌ای با ضریب شکست n_1 به ناحیه‌ای با ضریب شکست متفاوت n_2 وارد شود، دچار شکست می‌شود (شکل ۱-۱۰) زاویه شکست را می‌توان توسط قانون اسنل به صورت زیر به دست آورد:

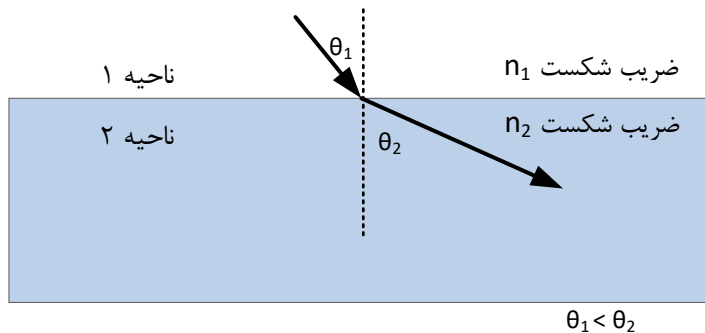
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (1-10)$$

که در آن، θ_1 زاویه ورود نور با محور عمودی در ناحیه ۱ و θ_2 زاویه خروج نور با محور عمودی در ناحیه ۲ می‌باشد. با استفاده از قانون اسنل و معلوم بودن زاویه ورود θ_1 و ضرایب شکست n_1 و n_2 ، می‌توان زاویه شکست θ_2 را در ناحیه ۲ پیش‌بینی کرد. برای این کار می‌توان از معادله زیر استفاده کرد:

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \right) \quad (2-10)$$



(الف)



(ب)

شکل ۱-۱۰: یک باریکه نور وقتی از یک ناحیه به ناحیه‌ای دیگر می‌رود، دچار شکست می‌شود. (الف) اگر باریکه نور از ناحیه‌ای با ضریب شکست پایین به ناحیه‌ای با ضریب شکست بالا برود، به خط عمودی متمایل می‌شود. (ب) اگر باریکه نور از ناحیه‌ای با ضریب شکست بالا به ناحیه‌ای با ضریب شکست پایین برود، از خط عمودی دور خواهد شد.

برنامه‌ای بنویسید که زاویه شکست باریکه نور را در ناحیه ۲ بر حسب درجه با داشتن زاویه θ_1 در ناحیه ۱ و ضرایب n_1 و n_2 محاسبه نماید. (توجه کنید که اگر $n_1 > n_2$ ، آنگاه بریا بعضی زوایای θ_1 معادله (۱) جواب حقیقی نخواهد داشت، زیرا قدرمطلق $\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \right)$ بیشتر از یک خواهد شد. هنگامی که این اتفاق می‌افتد، تمام نور در ناحیه ۱ بازتابانده می‌شود و هیچ نوری وارد ناحیه ۲ نمی‌شود. برنامه شما باید بتواند به درستی این شرایط را شناسایی کرده و تصمیم مناسبی اتخاذ نماید).

همچنین این برنامه باید یک نمودار نشان‌دهنده باریکه ورودی، مرز بین دو ناحیه و باریکه شکسته‌شده در ناحیه دوم ایجاد نماید. برنامه خود را برای موارد زیر آزمایش کنید:

الف) $\theta_1 = 45^\circ$ و $n_2 = 1.7$ و $n_1 = 1.0$

ب) $\theta_1 = 45^\circ$ و $n_2 = 1.0$ و $n_1 = 1.7$

۱۱- برنامه‌ای بنویسید که تابع چند ضابطه زیر را در بازه $-10 \leq x \leq 20$ یک با استفاده از حلقه‌ها و بار دیگر بدون استفاده از حلقه‌ها محاسبه نموده و ترسیم نماید:

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & -10 < x \leq -2 \\ x^3 & -2 < x \leq 3 \\ \sqrt{x} & 3 < x \leq 12 \\ x & 12 < x \leq 20 \end{cases}$$

دل گر چه درین بادیه بسیار شتافت

یک موی ندانست و بسی موی شکافت

گرچه ز دلم هزار خورشید بتافت

آخر به کمال ذره‌ای راه نیافت

ابوسعید ابوالخیر